

Op weg naar topdocenten rekenen mbo.

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

Random Rekenen
conferentie 14 december 2016
Dr. Kees Hoogland (SLO)
k.hoogland@slo.nl

slo



Op weg naar topdocenten rekenen MBO

- Welke nascholing en opleidingen zijn nodig om (reken)docenten in het mbo te professionaliseren tot topdocenten rekenen voor de 21e eeuw?
- Er wordt een stip op de horizon geschetst op basis van wereldwijde ontwikkelingen in reken- en wiskundeonderwijs, specifieke wensen en kwaliteiten van mbo-docenten, het beroepsmatige karakter van de opleidingen en de karakteristieken en toekomstige behoeften van studenten.

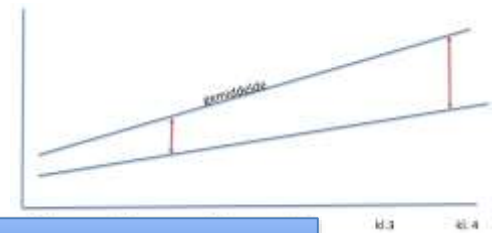
ICME 2012 en 2016 - trends

- Professional development of teachers
 - Pedagogical content knowledge
 - Specialized content knowledge
 - specialized for teaching
- National improvement & (inter)national assessment
 - High stakes testing
- Usable mathematics
 - Mathematical literacy, problem solving, modelling

Vier thema's voor professionalisering rekenen docenten mbo

(voor succesvol rekenonderwijs aan mbo-studenten)

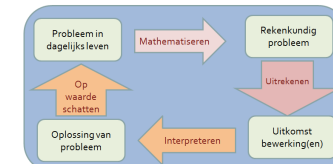
- De eigenheid van de mbo-student
 - Een mbo-leerling heeft geen achterstand rekenen
- Rekenen = wiskunde = gecijferd denken
 - Doorlopende leerlijnen
- Essentie van gecijferd handelen
 - Van sommen maken naar probleemoplossen
 - Beeld, echt, authentiek
- Begeleiding door de docent
 - Sturing en autonomie
 - Hoge verwachting, zelfbeeld en mindset



doelgroep



conceptuele achtergrond



doelen

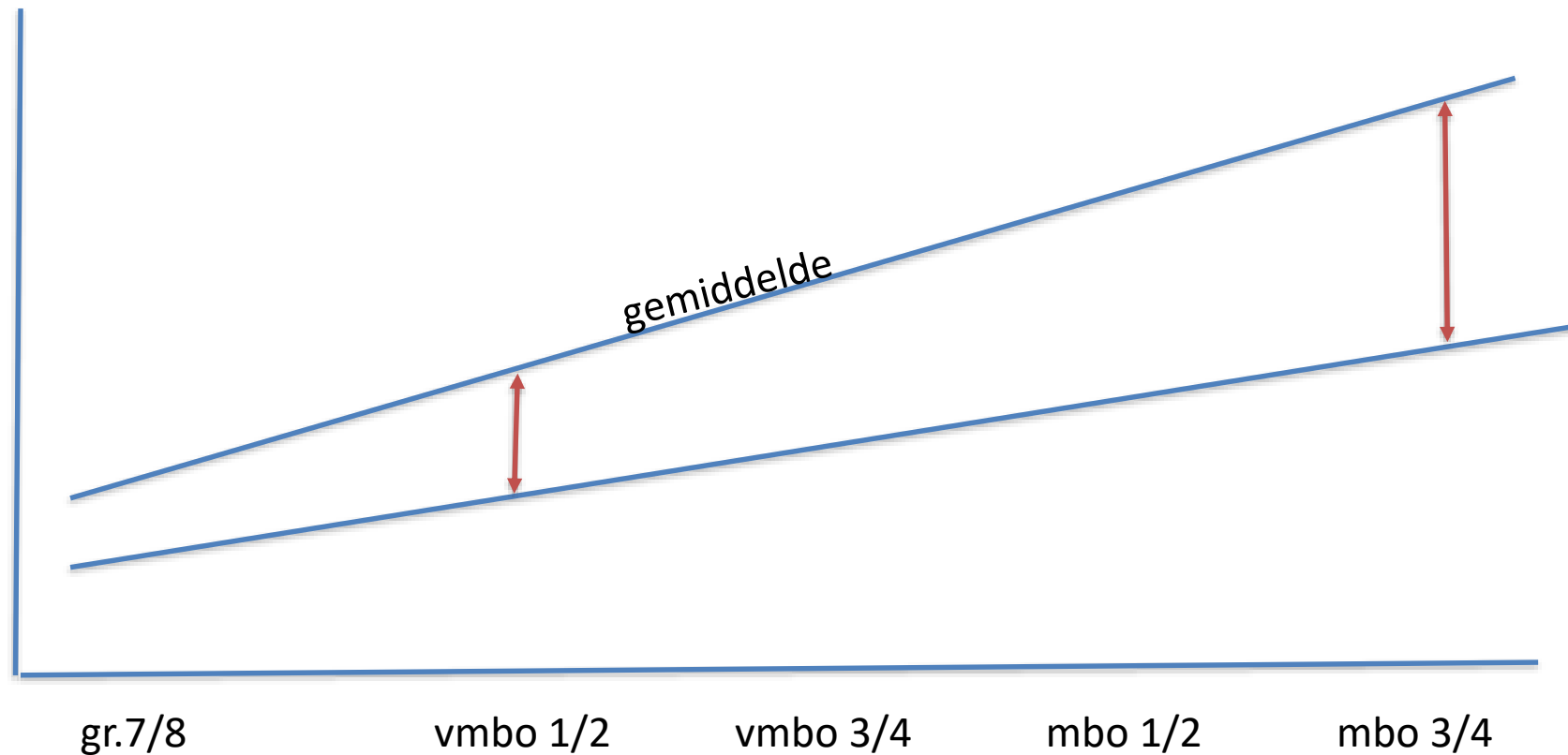


docentgedrag

Thema 1: de eigenheid van de mbo-student

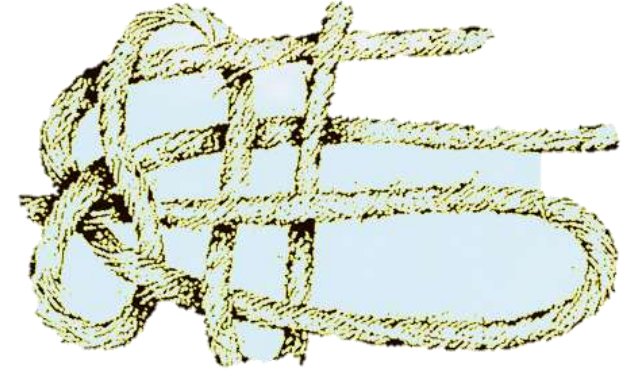
**—Een mbo-leerling heeft
geen achterstand
rekenen**

Ontwikkelen is vooruitgaan



Thema 2: rekenen = wiskunde = gecijferd denken

- Aan de voorkant van het leerproces
 - leerdoelen
- Aan de achterkant van het leerproces:
 - toetsen



Om misverstanden te voorkomen

- Rekenen = wiskunde

$$9 + 16 = 25$$

$$9 + .. = 25$$

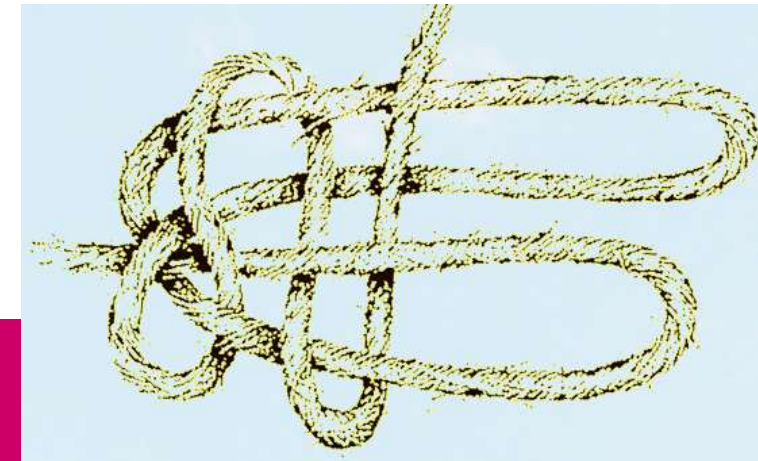
$$9 + x = 25$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^n + b^n = c^n$$

- Op vmbo overlappen rekenen en wiskunde elkaar voor 80%.
 - Een inhoudelijke doorlopende leerlijn is goed mogelijk en voor PO -> vmbo -> mbo essentieel
 - Met speciale aandacht voor 1A -> 2A -> ...



Rekenen, Wiskunde, Gecijferdheid, wiskundige
geletterdheid, ontluikende gecijferdheid,
professionele gecijferdheid, geïntegreerde
wiskundeactiviteiten (GWA), wiskundige
denkactiviteiten (WDA)



Numeracy

Mathematical literacy

Statistical literacy

Quantitative literacy

Democratic mathematics

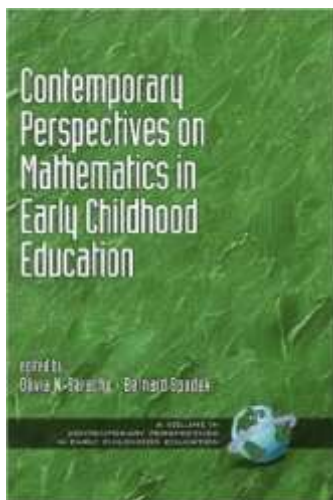
Quantitative reasoning

La formación
matemática

Mathematische
Kompetenz

La culture
mathématique

Melek
matematika



Aan de voorkant op leerplan- niveau

slo

Leerlijn Rekenen/Wiskunde (PO-vmbo)

? help

Voor meer informatie zie:

- Kerndoelen onderbouw
- Referentiekader taal en rekenen
- Vakportaal Rekenen / wiskunde

→ Sectoren	kerndoelen primair onderwijs	kerndoelen onderbouw	vmbo bovenbouw bb exameneenheden	vmbo bovenbouw kb exameneenheden	vmbo bovenbouw gl/tl exameneenheden
↓ Vakkernen					
1. Inzicht en handelen	23, 24, 25, 26, 31	19, 20, 21	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2
2. Getallen	23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31	22, 23	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/5, WI/V/1
3. Verhoudingen	23, 24, 26, 31	22	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1
4. Meten en meetkunde	23, 32, 33	24, 26	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1
5. Verbanden en formules	4, 23, 24, 25, 26, 32	25	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1
6. Informatieverwerking en onzekerheid	n.v.t.	n.v.t.	WI/K/3, WI/K/7	WI/K/3, WI/K/7	WI/K/3, WI/K/7
7. Discrete Wiskunde	n.v.t.	n.v.t.	WI/K/7	WI/K/7	WI/K/7

→ Sectoren	kerndoelen primair onderwijs	kerndoelen onderbouw	vmbo bovenbouw bb exameneenheden	vmbo bovenbouw kb exameneenheden	vmbo bovenbouw gl/tl exameneenheden
↓ Vakkernen					
1. Inzicht en handelen	23, 24, 25, 26, 31	19, 20, 21	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2	WI/K/3, WI/K/8, WI/V/2
2. Getallen	23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31	22, 23	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/5, WI/V/1
3. Verhoudingen	23, 24, 26, 31	22	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1
4. Meten en meetkunde	23, 32, 33	24, 26	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1
5. Verbanden en formules	4, 23, 24, 25, 26, 32	25	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1

2. Getallen	23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31	22, 23	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/5, WI/V/1
3. Verhoudingen	23, 24, 26, 31	22	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/V/1
4. Meten en meetkunde	23, 32, 33	24, 26	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/5, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1
5. Verbanden en formules	4, 23, 24, 25, 26, 32	25	WI/K/3, WI/K/4/BB, WI/K/6/BB, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/KB, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1	WI/K/3, WI/K/4/GL/TL, WI/K/6/KB/GL/TL, WI/V/1

Aan de achterkant op toetsniveau

Het Parool, 29 september 2008: *Het aandeel Fortis is vanochtend om elf uur 63 procent in waarde gedaald.*
Een aandeel was eerst 5,41 euro waard.

Hoeveel is het aandeel na de daling nog waard?

- A. ? 3,24 euro
- B. ? 2,24 euro
- C. ? 2,00 euro
- D. ? 3,41 euro

Ijsbergen ontstaan doordat grote stukken ijs afbreken van een gletsjer en dan de zee in drijven. Een ijsberg die naar het zuiden drijft, wordt kleiner doordat hij langzaam smelt. Onderzoekers hebben het gewicht van zo'n ijsberg geschat, zie de tabel.



t (maanden)	0	2	4	6	8	10
G (ton)	80 000	70 000	62 000	55 000	48 000	41 000

In de tabel is t de tijd in maanden na het afbreken van de ijsberg en G het geschatte gewicht van de ijsberg in ton.

Bereken met hoeveel procent het gewicht van de ijsberg in de eerste 2 maanden is afgenomen. Schrijf je berekening op.

Concrete actie

- In plaats van instaptoets of leerlingvolgsysteem: 4 goed gekozen opgaven uit het vmbo BB of KB examen.

2p 14 Kees raadt 'het geluid' op het moment dat het geldbedrag € 54 800,- is. Hij vertelt dat hij van het gewonnen geld € 5000,- zelf houdt en de rest verdeelt over zes goede doelen. Elk doel krijgt even veel geld.

$$hoogte = 223 - 18 \times tijd \times (7 - tijd)$$

Hierin is *hoogte* in meter en *tijd* in seconden.



In groepjes
laten doen?

1p 17 Laat met een berekening zien dat na 2,5 seconden Charlotte op een *hoogte* van 20,5 meter is.

Thema 3A Essentie van gecijferd denken: Van sommen maken naar probleem oplossen

- Wat is het doel van reken-wiskundeonderwijs?





Gecijferd zijn

Probleem
oplossen

Oefenen

slo

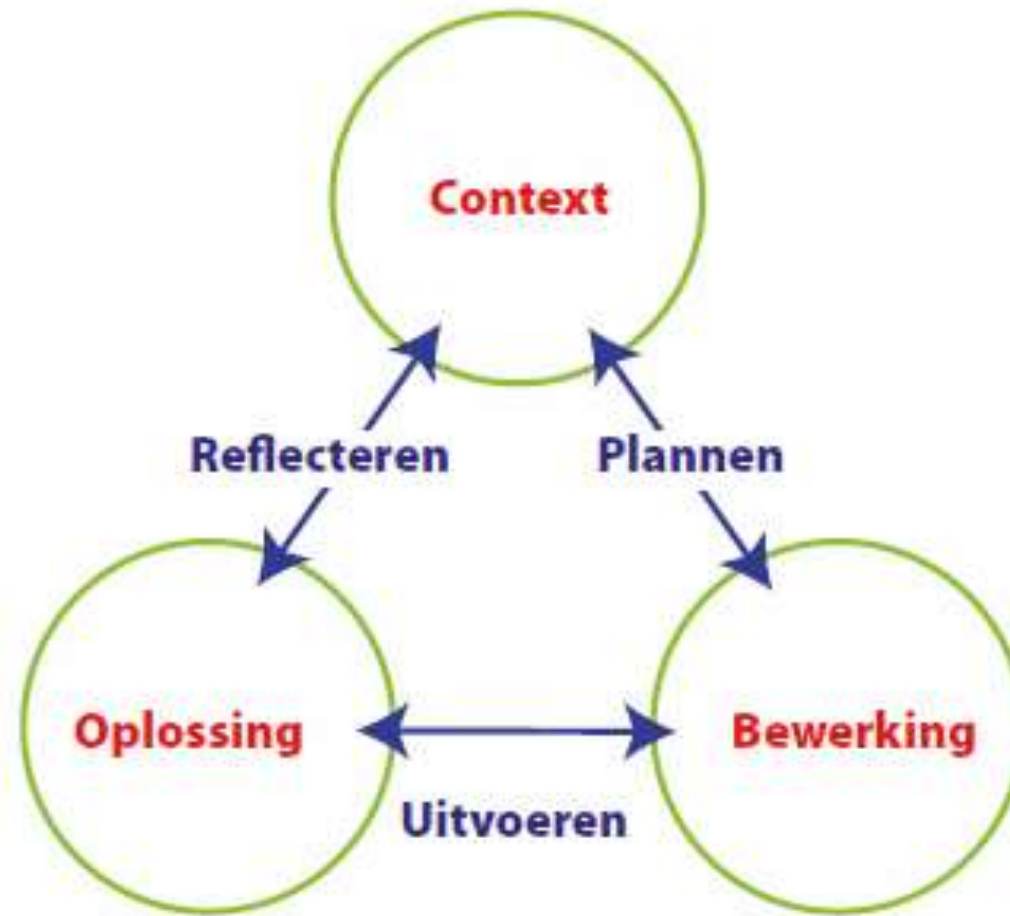
slaapkamer
2 muren 6,8 m x 2,5 m
2 muren 3,6 m x 2,5 m



1 LITER = 8 m²

Hoeveel liter verf heb je minstens nodig voor deze slaapkamer?

 L



Afbeelding 5.8 Het drieslagmodel

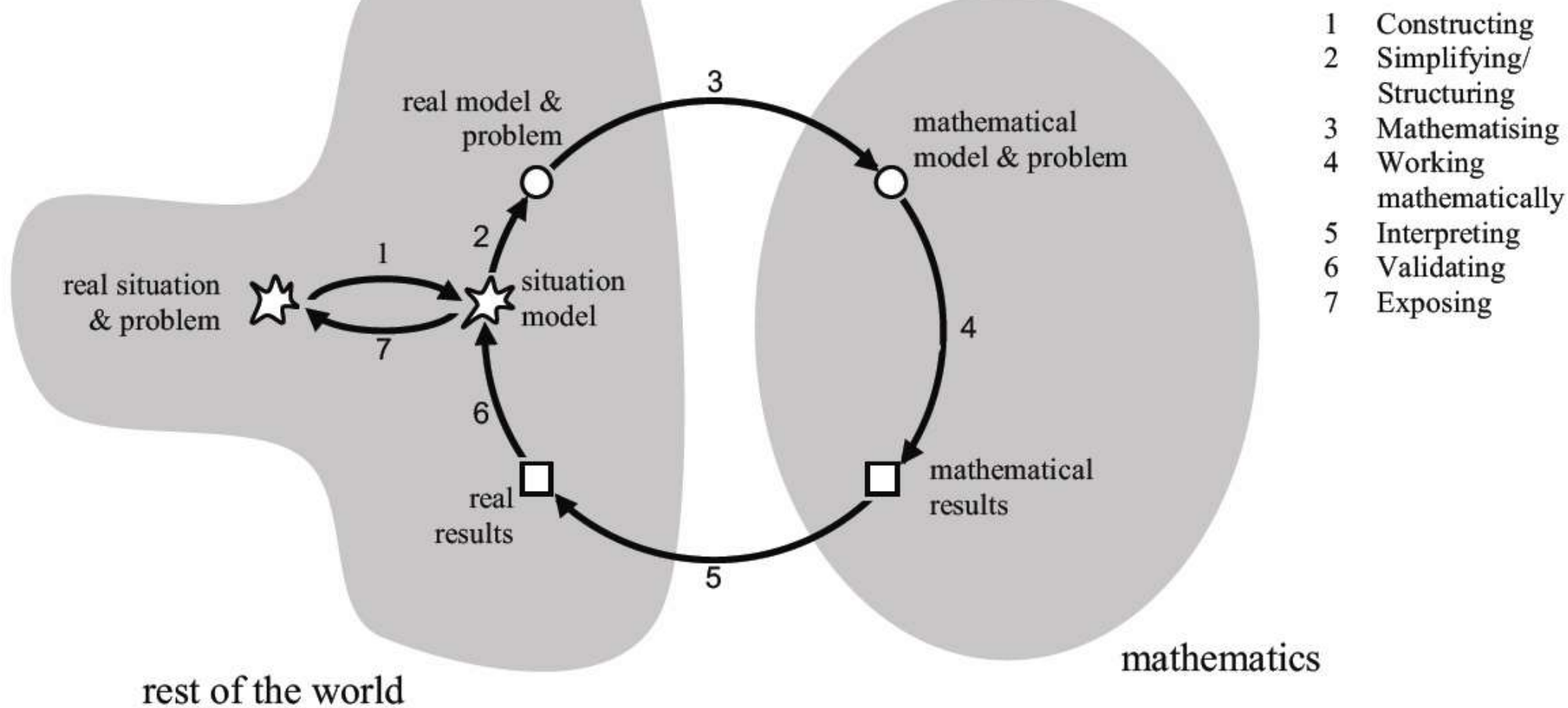


Figure 1 – Modelling cycle

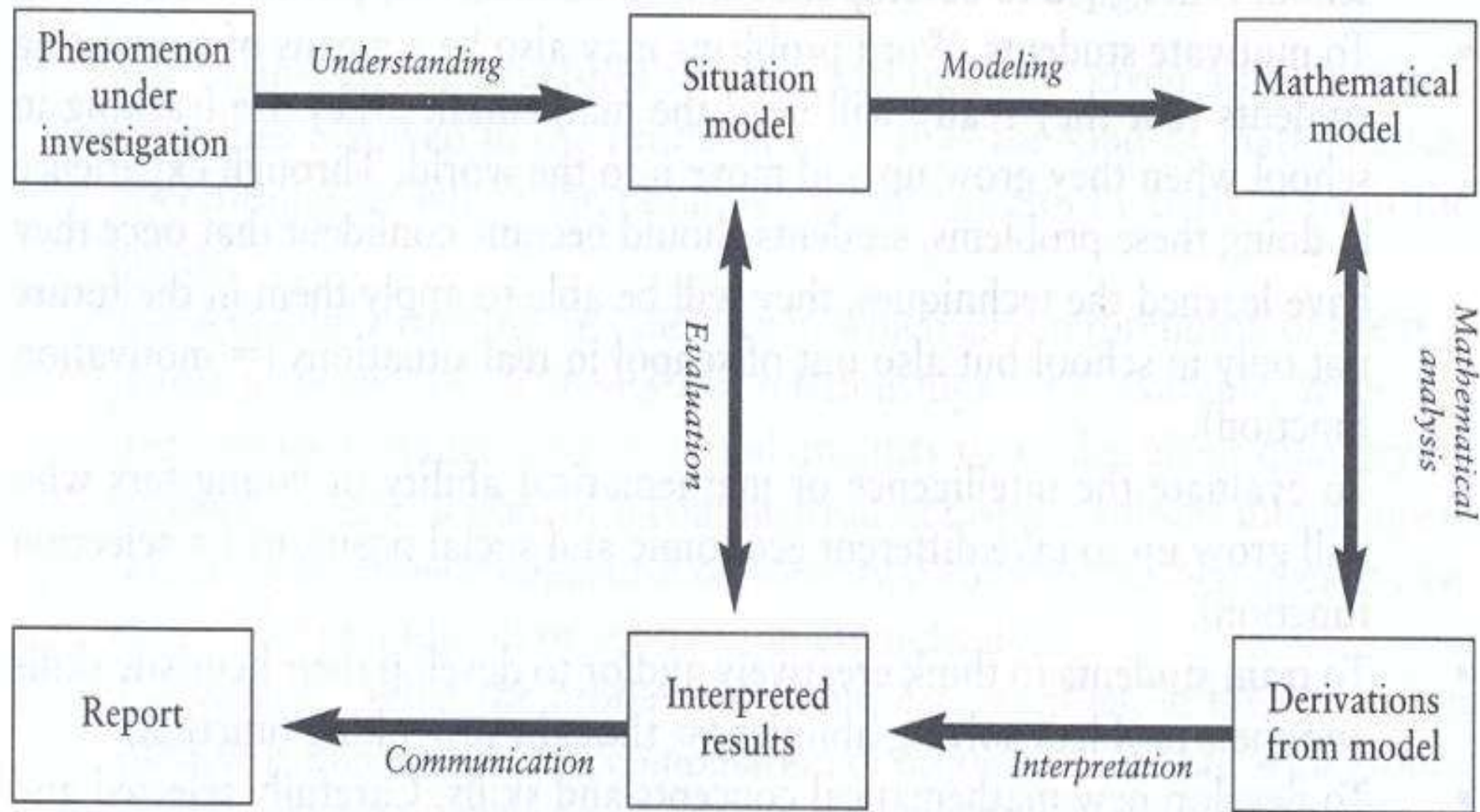
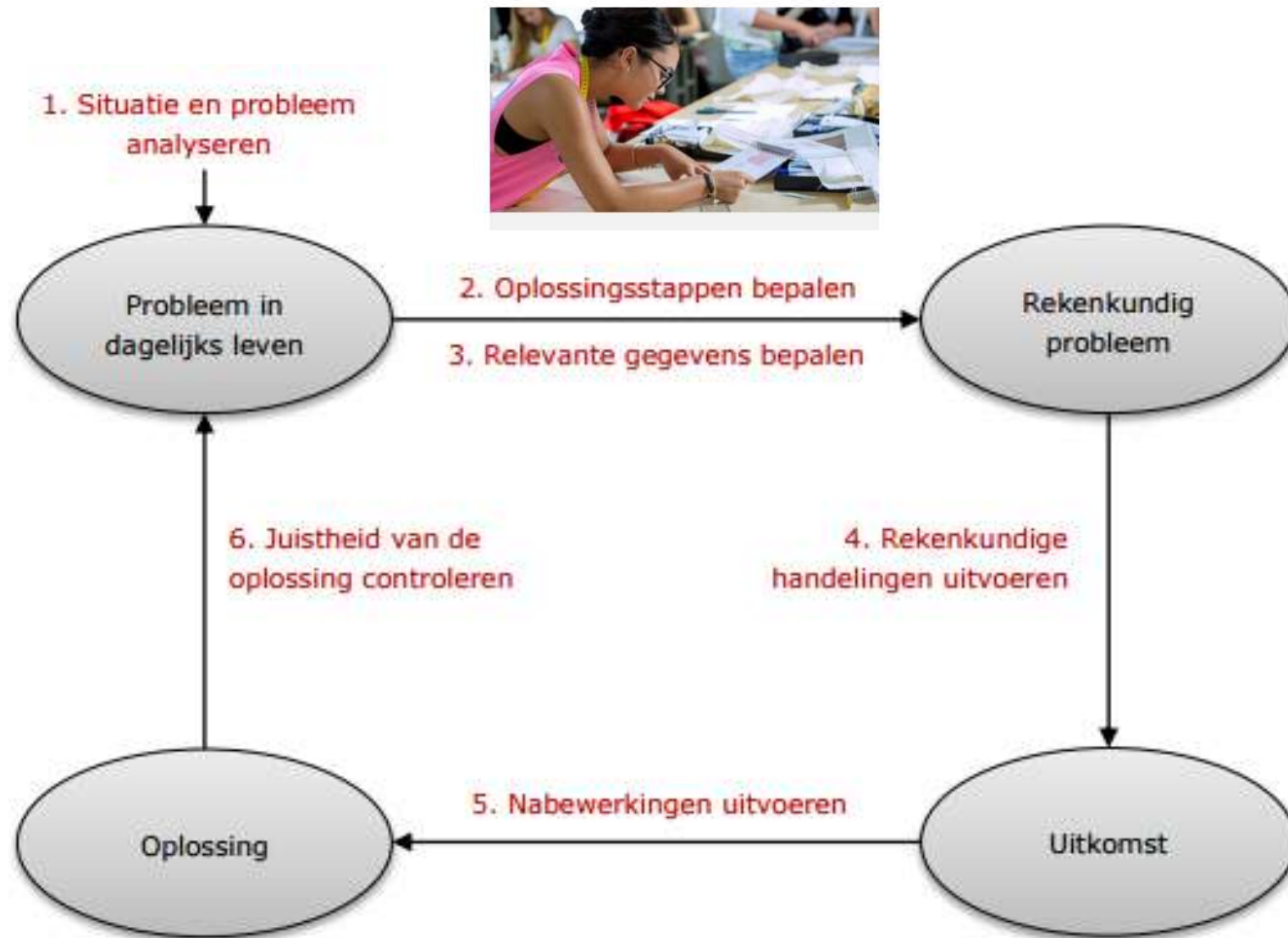
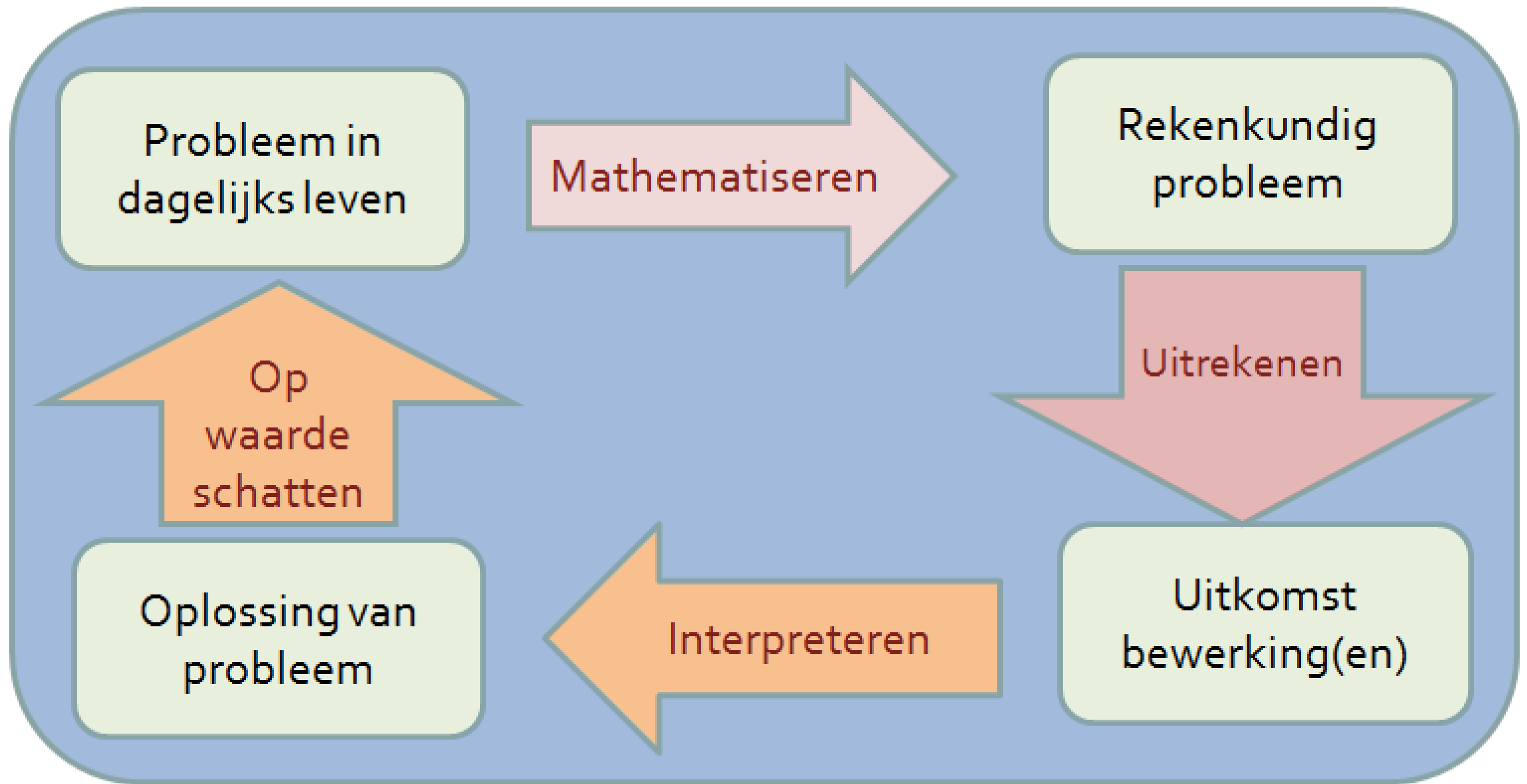


Fig. 0.1 Schematic diagram of the process of modeling.



Figuur 1: Een probleemoplossingscyclus voor rekenproblemen



slaapkamer
2 muren 6,8 m x 2,5 m
2 muren 3,6 m x 2,5 m



1 LITER = 8 m²

Hoeveel liter verf heb je minstens nodig voor deze slaapkamer?

 L

Sommen maken

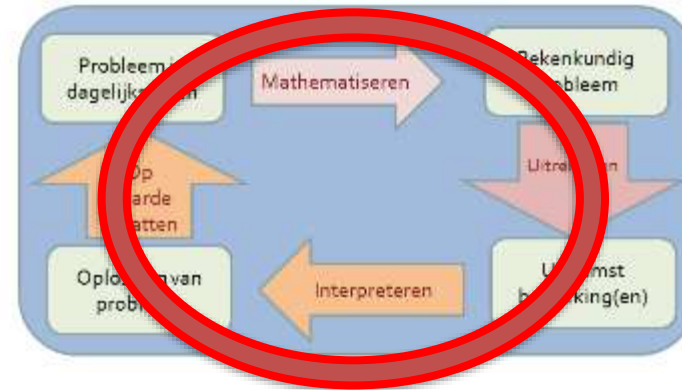
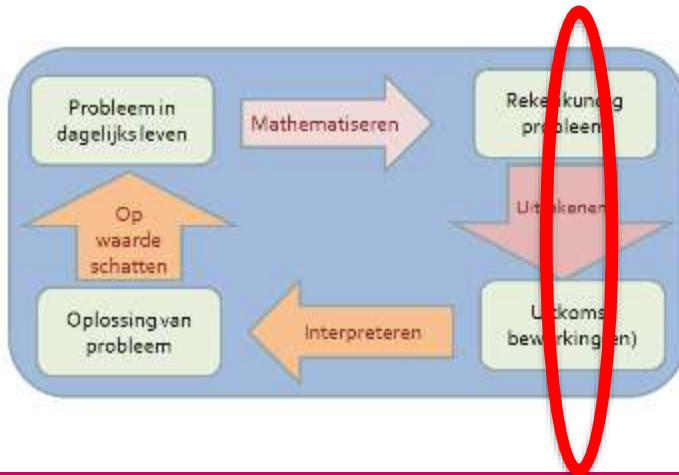


- Alleen de rechterkant
- Rest is ruis en verpakking
- Het draait allemaal uiteindelijk om de rechterkant
- Verhaaltjessommen

Probleemoplossen



- Altijd de hele cyclus.
- Het is een organisch geheel
- Horizontale stappen zijn de essentie van het wiskundig denken
- Opgaven, problemen



slo

Modeling in elementary grades

- <https://www.hmc.edu/about-hmc/2014/10/02/new-study-focuses-mathematical-modeling-elementary-grades/>

New Study Focuses on Mathematical Modeling in the Elementary Grades

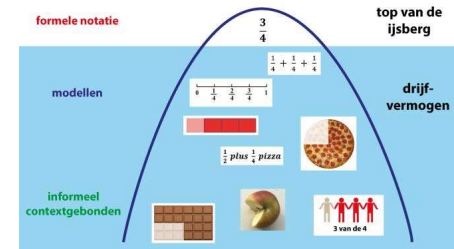
October 2, 2014



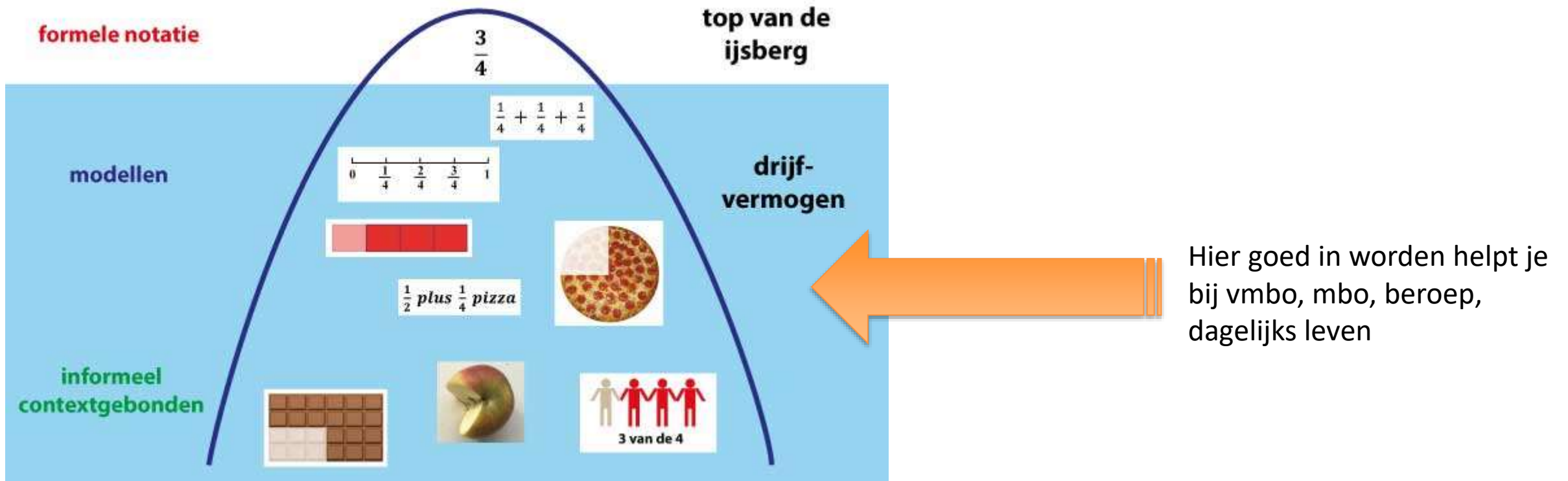
slo

Thema 3B Essentie van gecijferd denken: Concreet, voorstelbaar, beeldend

- Investeren in het drijfvermogen
- Echte vragen, echte beelden
- Voorstelbaar is de nieuwe authenticiteit
 - Imaginable is the new authenticity



Investeren in het drijfvermogen



slo

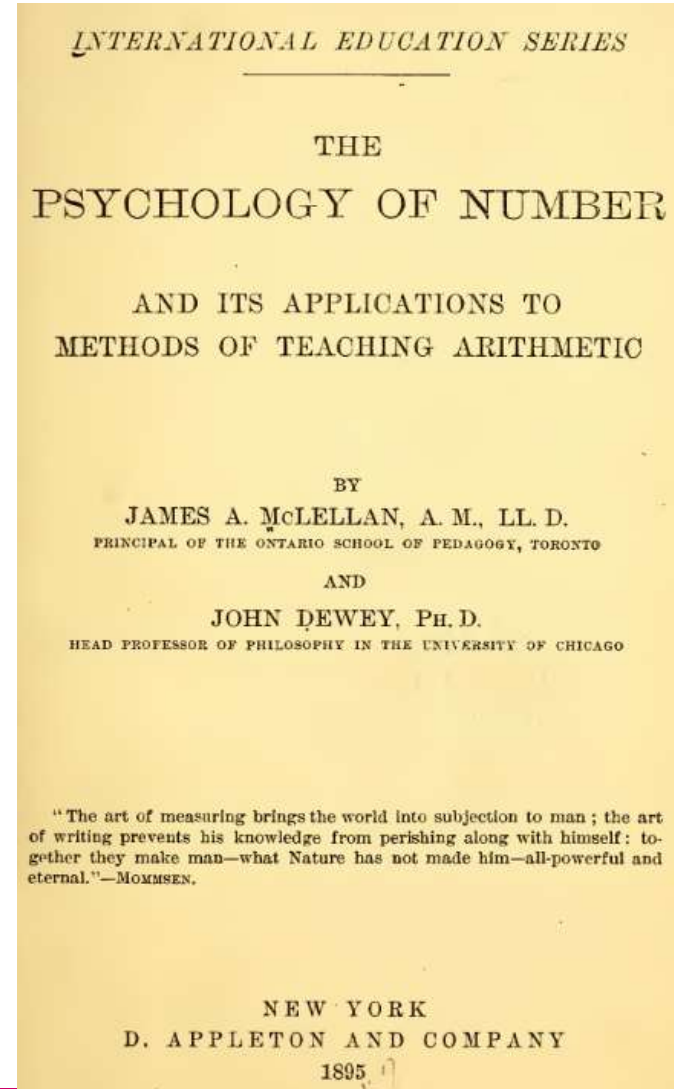


**'We do not learn from
experience...
we learn from reflecting
upon experience.'**

John Dewey

Dewey (1859 – 1952)

slo



3. Compar
is needed to m
ft.? The ratio

4. What i
to 2¢? Of \$
1 hr. to 2 hr.

5. If \$2 v
12 yd. will \$1

6. If a tra
rate per hour?

7. Draw a
long. Divide

8. Compar
how many tir
4 in. is what n

13. If 1 lb. of sugar costs 6¢, how many cents will $2\frac{1}{2}$ lb. cost?

14. What will half-a-dozen lemons cost at 24¢ a doz.? Half-a-doz. silver spoons at \$22 a doz.? $1\frac{1}{2}$ doz.?

15. A pail contains 8 qt. of water. How many quarts will be left in the pail after 10 pt. are taken out?

16. If 1 qt. of molasses costs 40¢, what will 1 pt. cost? What will 2 qt. 1 pt. cost?

17. A dish holds 3 qt. of berries and 1 pint more. How many pints did it hold, and what did they cost at 10¢ a qt.?

Tatyana Ehrenfest- Afanasyeva (1876 – 1964)

- Übungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse (1931)
(Exercises in experimental geometry)
- Vanaf 10 jaar (misschien ook wel vanaf 8 jaar)



Татъяна Алексеевна Афанасьева

V. STRAIGHT A perpendicular [to the mirror] can be indicated by fixing a pencil, say, with wax, so that it forms a straight line with its own reflection.

57. Three pupils are a class — without using instruments — line-up, again without aid of a coin) must be held, in order to cover a more distant object just barely. Make a schematic drawing.
58. Make an opening in the screens one in front of the classroom can be seen by this point a string can be held as to cover up a certain point the finger, the eye and the
59. A pupil is to hold a point as to cover up a certain point the finger, the eye and the
60. In a mirror, a pupil holds his finger on the mirror surface his finger, and that point between these three positions the position of the point, a schematic drawing.
61. Let schematic drawings be made for the last three experiments.
62. Determine at what distance from the eye an object (say, a plate, a coin) must be held, in order to cover a more distant object just barely. Make a schematic drawing.
63. Why do objects appear smaller to us, when we move away from them? *What is really getting smaller in the process?* Make a schematic drawing — say, of a tree being observed by a person from various distances. What should be included in the drawing, which features of the objects are relevant for *our question*?
64. Estimate the angles under which the blackboard appears from various points in the classroom. Check with a home-made tool for measuring such angles: a tube attached to a piece of cardboard and turnable parallel to it; mark the two positions of the tube by making lines on the cardboard, then find the angle between them.
- Later on, a finer instrument will be very desirable! — At the present stage of acquaintance with angles, it is very important to focus on their *legs*.

In de badkamer zitten twee ramen. Ze zijn 0,90 m breed en 1,35 m hoog.
Je wilt hier dubbelglas in laten zetten.
Dubbelglas kost € 148,- per m².

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

Achterliggende praktijkvraag

- Kunnen we het gewenste probleemoplossende gedrag in dergelijke contextopgaven stimuleren door deze meer realistisch en voorstelbaar te maken?

Yes, We Can!



Howard Chandler Christy

POST FEB. 15 TO FEB. 28



WAR PRODUCTION CO-ORDINATING COMMITTEE

slo

Obama, B. 2008



Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

slo

Persoon	Kosten
Kind 1-3 jaar	€ 2,60
Kind 4-8 jaar	€ 3,78
Kind 9-13 jaar	€ 4,90
Man 14-65 jaar	€ 6,35
Vrouw 14-65 jaar	€ 5,81
Man en vrouw 65+	€ 5,63

Tabel: dagelijkse kosten voor voeding per persoon

Een huishouden bestaat uit:

- moeder van 31 jaar
- vader van 33 jaar
- kind van 12 jaar

Wat zijn de kosten voor voeding per dag voor dit huishouden?

€

slaapkamer
2 muren 6,8 m x 2,5 m
2 muren 3,6 m x 2,5 m



1 LITER = 8 m²

Hoeveel liter verf heb je minstens nodig voor deze slaapkamer?

 L

Om 8:50 uur ben je bij de bushalte aangekomen.
Hieronder zie je een deel van de tabel met vertrektijden van de bus.

UUR	minuut
7	03 13 23 43 53
8	03 17 33 48
9	03 23 43
10	03 23 43
11	03 23 43
12	03 33
13	03 33

Hoeveel minuten moet je wachten totdat de eerstvolgende bus vertrekt?

minuten

Je komt om 8.50 bij de bushalte aan.

Hoeveel minuten moet je wachten tot de eerstvolgende bus vertrekt?

Standaard toebehoren 1100 serie:



ang van 8 meter.
bogen 840mm lang.
draaibaar.
er.

	1100W	1100
bar	140 - 10	160 - 10
ltr/h	600	780
EC	60	60
kW	3,6	4,9
V/Hz	230 / 50	400 / 50
ltr.	4	4
mm	390x290x860	390x290x860
kg	29	29
	30210195	30210196
	1295,00	1495,00

. 0800-8188

DUTEC 75

30210196

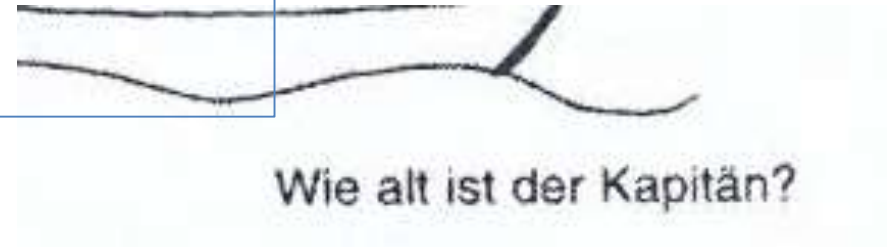
slo

Age of the captain

- Suspension of sense making

Een kapitein bezit 26 schapen en 10 geiten.

Hoe oud is de kapitein?



Puisque tu fais de la géométrie et de la trigonométrie, je vais te donner un problème : un navire est en mer, il est parti de Boston chargé de coton, il jauge 200 tonneaux. Il fait voile vers le Havre, le grand mât est cassé, il y a un mousse sur le gaillard d'avant, les passagers sont au nombre de douze, le vent souffle N.-E.-E., l'horloge marque 3 heures un quart d'après-midi, on est au mois de mai... On demande l'âge du capitaine ?

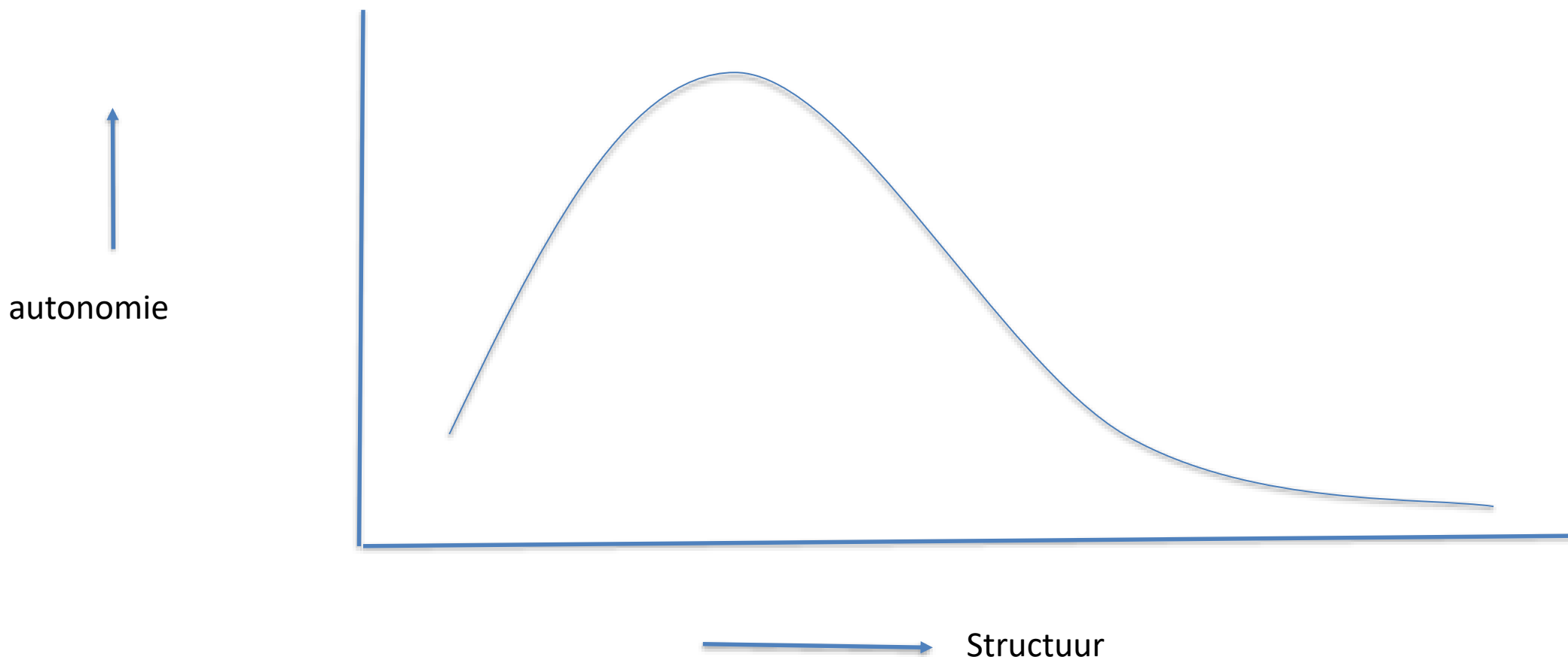
Flaubert, 1841

Thema 4A: Sturing en autonomie

- Evenwicht tussen sturing en autonomie
- Praten over rekenen/wiskunde
 - Met de leerkracht (voorlezen)
 - Met elkaar (kleine groepsopdrachten 2 a 3 leerlingen)
 - Verwoorden van wat je hebt gedaan door leerlingen
 - Liefst met concrete producten erbij
 - Presentaties, uitleggen, toelichten



Waardering voor de eigenheid: Optimaliseer autonomie



Praten over rekenen / wiskunde

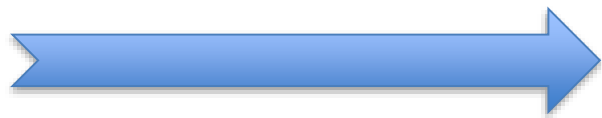
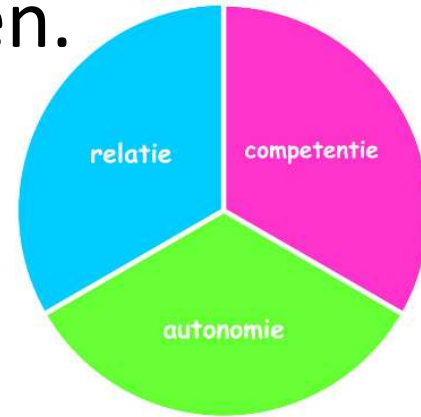
- Met de leerkracht (voorleven)
- Met elkaar (kleine groepsopdrachten 2 a 3 leerlingen)
- Verwoorden van wat je hebt gedaan door leerlingen
- Liefst met concrete producten erbij
- Presentaties, uitleggen, toelichten



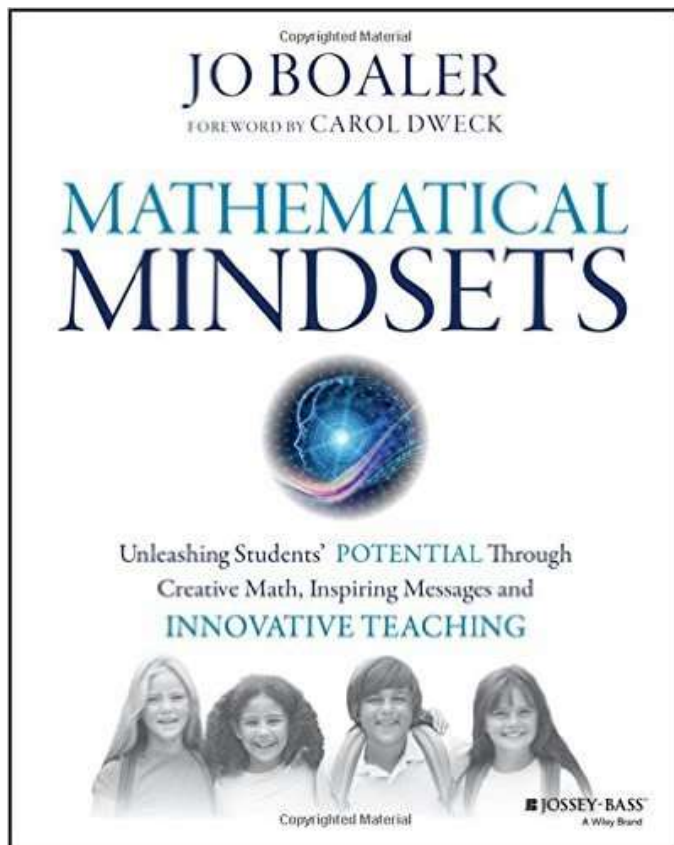
Bestrijden
rekenangst

Thema 4B: Hoge verwachtingen en zelfbeeld

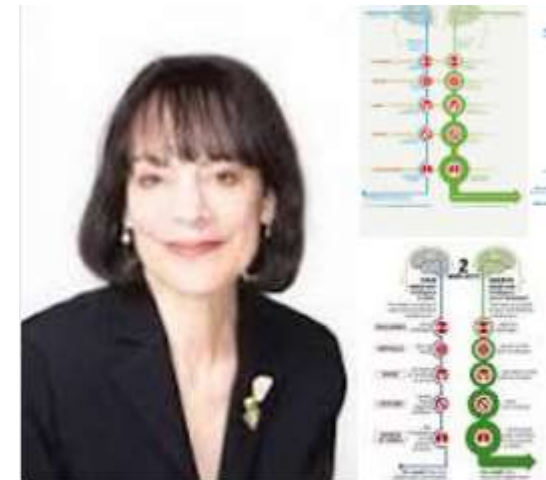
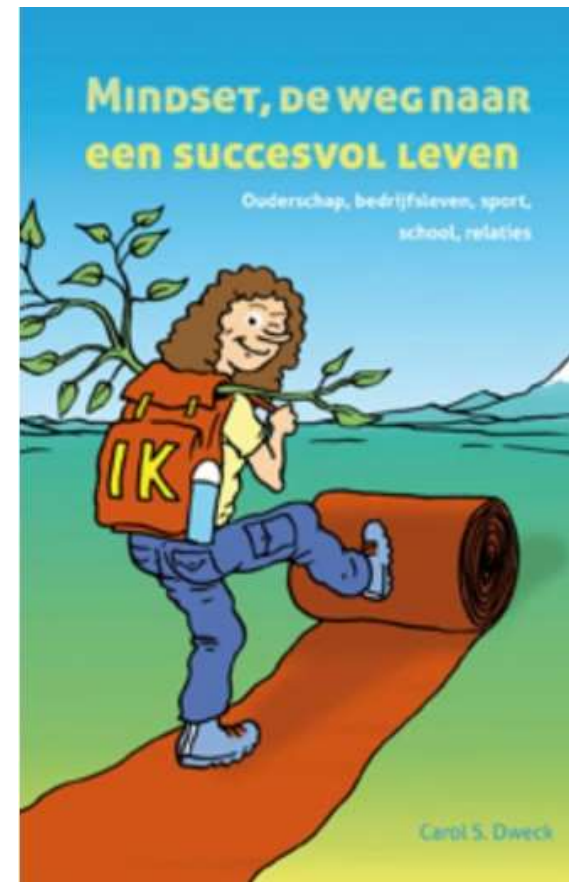
- +++++ Hoge verwachtingen uitspreken werkt bij iedereen.
 - Zorg voor hoge en realistische verwachtingen
 - Een eigenheid van wat succesvol is.
- - - - - - “Wiskunde kun je niet leren, dat snap je of snap je niet .”



"problem solving mindset"



Jo Boaler



Carol Dweck

Volg ook
Marloes Kloosterboer

slo

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets - Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

CHAPTER 1 The Brain and Mathematics Learning	1
CHAPTER 2 The Power of Mistakes and Struggle	11
CHAPTER 3 The Creativity and Beauty in Mathematics	21
CHAPTER 4 Creating Mathematical Mindsets: The Importance of Flexibility with Numbers	33
CHAPTER 5 Rich Mathematical Tasks	57
CHAPTER 6 Mathematics and the Path to Equity	93
CHAPTER 7 From Tracking to Growth Mindset Grouping	111
CHAPTER 8 Assessment for a Growth Mindset	141
CHAPTER 9 Teaching Mathematics for a Growth Mindset	171

Four questions that encourage growth mindset among students

<http://www.theguardian.com/teacher-network/2015/nov/15/four-questions-encourage-growth-mindset-students>

Published Online: December 8, 2015

Published in Print: December 9, 2015, as *In Math, Positive Mindset May Prime Students' Brains*

Positive Mindset May Prime Students' Brains for Math

Scans provide support for theory

By Sarah D. Sparks

Having a positive mindset in math may do more than just help students feel more confident about their skills and more willing to keep trying when they fail; it may prime their brains to think better.

<http://www.edweek.org/ew/articles/2015/12/09/biological-evidence-found-for-mindset-theory.html?cmp=eml-eb-pop122215>

Published Online: December 7, 2015

FIRST PERSON

Beyond Growth Mindset: Creating Classroom Opportunities for Meaningful Struggle

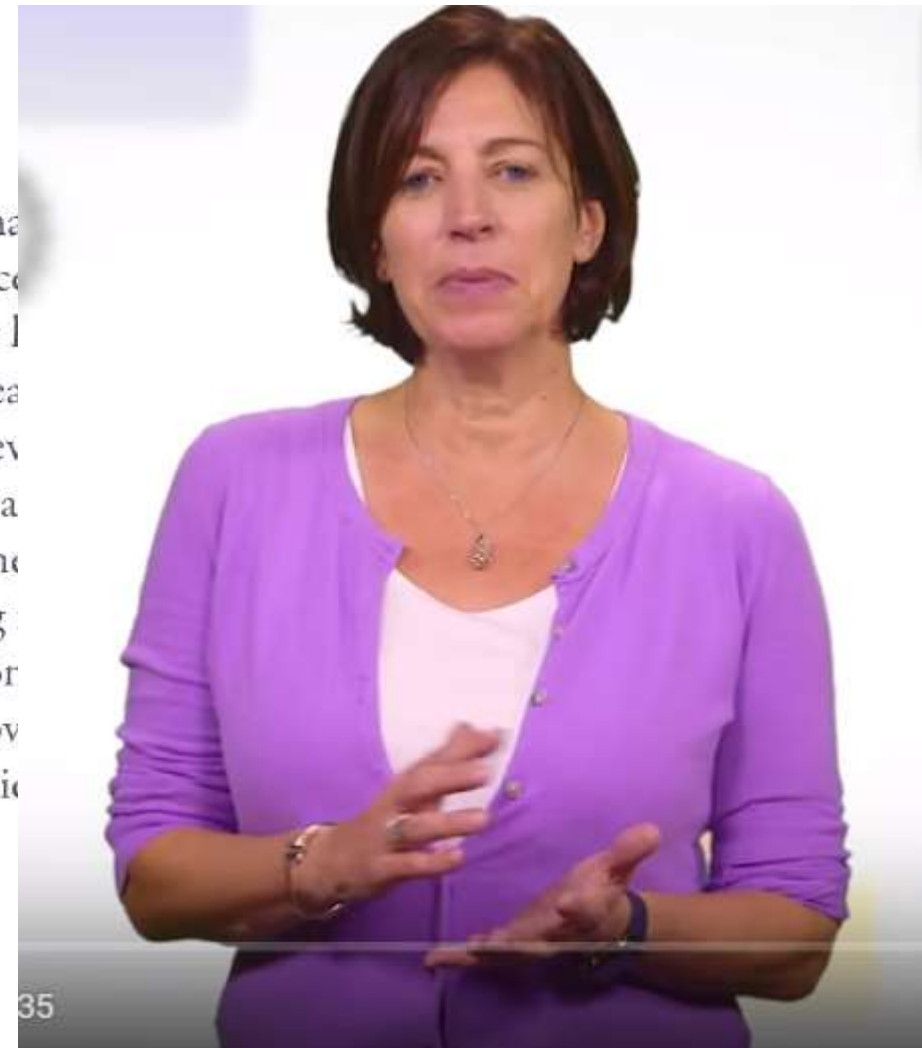
By Brad Ermeling, James Hiebert, and Ron Gallimore

Growing interest in teaching "grit" or "growth mindset" is a hopeful sign. It reflects an increasing awareness that richer, deeper learning can flow from having students struggle with a challenging task and persisting until completion.

<http://www.edweek.org/tm/articles/2015/12/07/beyond-growth-mindset-creating-classroom-opportunities-for.html?cmp=eml-eb-pop122215>

How Important Is Math Practice?

When I show parents and teachers the evidence that students need to engage in mathematics conceptually and visually, some parents ask, “But don’t students need a lot of math practice” which they mean pages of math questions given in isolation. The question of whether or how much practice students need in mathematics is an interesting one. We know that when learning happens a synapse fires, and in order for structural brain change to happen we need to revisit ideas and learn them deeply. But what does that mean? It is important to revisit mathematical ideas, but the “practice” of methods over and over again is unhelpful. When you learn a new idea in mathematics, it is helpful to reinforce that idea, and the best way to do this is by using it in different ways. We do students a great disservice when we pull out the most simple version of an idea and give students 40 questions that repeat it. Worksheets that repeat the same idea over and over turn students away from math, are unnecessary, and do not prepare them to use the idea in different situations.



Zie video vanaf 3m26s :

<https://www.youtube.com/watch?v=bxrPy1fjVU4>

of klik op de afbeelding.

Sommen maken



- Oefenen heeft ook zo zijn nadelen

sssst, niet al te
hardop zeggen,

Probleemoplossen



- "Struggles and mistakes" zijn kernelementen.
- "Dat heb je goed fout gedaan."
- Zicht op een "more brain informed" inrichten van de rekenles
 - Wat gebeurt er bij succesvol "problem solven"
 - Wat is het effect van feedback, op welk moment, voor welke leerling?

Einde

- K.Hoogland@slo.nl
 - @watdoetkees
 - <https://nl.linkedin.com/in/khoogland>
 - <https://www.facebook.com/kees.hoogland.3>
 - www.gecijferdheid.nl
-
- Commentaar of kopie van presentatie? E-mail me.