
Rekenen in beeld

- effect van beeld in opgaven voor functioneel rekenen -

K. Hoogland
APS

1 inleiding

Functioneel rekenen wordt internationaal meer en meer gezien als een belangrijk doel van reken- en wiskundeonderwijs (Bessot & Ridgway, 2000; Fitzsimons, 2002). Functioneel rekenen staat international vooral bekend als *Mathematical Literacy* (Jablonka, 2003), Numeracy (Coben, 2003) of *Quantitative Reasoning* (Steen, 2001). In Nederland wordt het ook wel 'gecijferdheid' genoemd (Hoogland & Jablonka, 2003; Hoogland & Meeder, 2007).

Met het invoeren van de referentieniveaus $1F$, $2F$ en $3F$ en de bijbehorende verplichte toetsing daarbij vanaf 2014 (Hoogland, 2011) is het van toenemend belang om kennis op te doen op welke wijze dat functioneel rekenen zo goed mogelijk onderwezen en getoetst kan worden. In het onderzoeksproject Rekenen in Beeld¹ is onderzocht wat het effect is van het gebruik van beeldende contexten in plaats van de veelgebruikte talige contexten. Uit het onderzoek blijkt dat leerlingen in basisonderwijs (groep 7 en 8), in voortgezet onderwijs en in mbo beter scoren op opgaven voor functioneel rekenen waarbij de situatie vooral met beeld wordt gepresenteerd, dan op opgaven waarbij dat vooral met taal gebeurt.

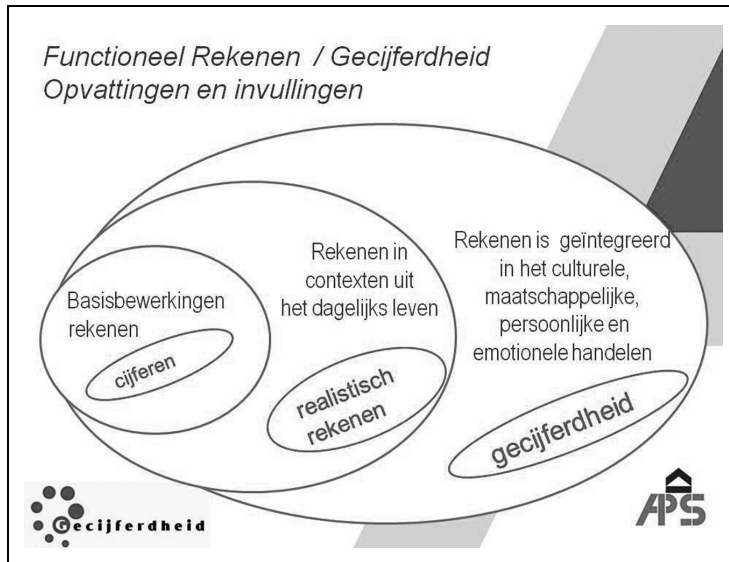
2 functioneel rekenen

De wereld om ons heen is doordrenkt met getallen, patronen en structuren. De kwantitatieve kant van de wereld ziet er tegenwoordig heel anders uit dan pakweg dertig jaar geleden. Veel berekeningen zijn tegenwoordig gedeeltelijk of geheel verborgen in apparaten. Nauwkeurig rekenen en het doen van bewerkingen met grote getallen is bijna volledig door computers en rekenmachines overgenomen.

Met computers kunnen ook eindeloze stroom getallen, diagrammen en grafiekjes gemaakt worden die hun weg weer vinden naar media, studieboeken en handboeken. Die getallen, grafieken en diagrammen moeten

vervolgens weer geïnterpreteerd worden door de lezer. Je kunt vrijwel geen maatschappelijke activiteit ondernemen zonder op een of andere manier geconfronteerd te worden met kwantitatieve aspecten.

Jongeren moeten leren op een adequate manier om te gaan met kwantitatieve problemen uit het dagelijkse leven, daarover is vrijwel iedereen het wel eens. Maar bij het beantwoorden van de vraag wat ze dan precies moeten leren, lopen de opvattingen sterk uiteen. Die verschillende opvattingen zijn zichtbaar in het model in figuur 1.



figuur 1: opvattingen over functioneel rekenen

Cijferen

Een nog steeds vrij veelgehoorde opvatting is dat leerlingen, om ze voor te bereiden op het oplossen van kwantitatieve problemen in het dagelijkse leven, vooral zouden moeten leren cijferen. Dat is het kunnen uitvoeren van bewerkingen op kale getallen volgens vaste procedures met de hand en op papier: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. De staartdeling is het icoon van deze opvatting. Is cijferen een relevante bezigheid? In een land dat dreef op handel, scheepvaart en industrie was deze ambachtelijke vaardigheid van het grootste belang. Zonder cijferen geen fabrieken, geen handel, geen zeereizen. Het rekenboek 'De Cijfferringe van Willem Bartjens' haalde tussen 1600 en 1700 met gemak de honderdste druk. Maar de kwantitatieve kant van wereld ziet er vandaag heel anders uit en het kale cijferen heeft daarin zijn relevantie vrijwel volledig verloren.

Realistisch rekenen

Een andere opvatting luidt dat het bij rekenen vooral gaat om het oplossen van rekenkundige problemen die gepresenteerd worden in contexten. Deze benadering is op dit moment gemeengoed in het onderwijs in Nederland. De huidige schoolboeken staan er vol mee. Ook daar zitten wat haken en ogen aan. In schoolboeken omschreven situaties zijn wezenlijk anders dan echte situaties en leerlingen kijken daar soms ook op een heel speciale manier naar. De contexten zijn te vaak vooral zeer talig, wat met name voor zwakkere leerlingen een groot probleem toevoegt.

Gecijferdheid

Wereldwijd wint een derde opvatting snel aan populariteit. Die zegt dat studenten gecijferd moeten worden om met de kwantitatieve kant van de wereld om te gaan. Gecijferdheid neemt, meer nog dan realistisch rekenen, de wereld om ons heen als uitgangspunt. Die is zo rijk, zo gevarieerd en soms zo complex, dat studenten een zeer uitgebreid repertoire nodig hebben om zich daarin te redden. Bij vermenigvuldigen gaat het niet om een som en een goed antwoord, maar om het herkennen van vermenigvuldigstructuren in de bouw, de landbouw of bij ontwerpen. Bij delen gaat het niet om de staartdeling maar om verdeel- en uitdeelproblemen.

Maar het gaat bij gecijferdheid bovendien en vooral om het trekken van conclusies uit getalsmatige informatie. Interpreteren, analyseren, ordenen, (in)schatten, structureren en selecteren van kwantitatieve informatie zijn vaardigheden die horen bij gecijferdheid.

Kwantitatieve problemen worden op dit moment in schoolboeken en in toetsen veelal gepresenteerd als woordproblemen: de werkelijkheid wordt beschreven in taal. Deze taligheid levert voor veel leerlingen problemen op (Verschaffel e.a. 2000; Verschaffel e.a., 2010), waardoor zij minder goed in staat zijn om hun wiskundige kennis en vaardigheid in te zetten en te tonen bij het oplossen van dergelijke kwantitatieve problemen. In het onderzoek *Rekenen in Beeld* is de hypothese dat het vervangen van woordproblemen door equivalente beeldrijke problemen een positief effect heeft op de resultaten van de leerlingen bij het oplossen van zulke problemen. Tevens schuiven de opgaven dan ook wat meer op in de richting van gecijferdheid. Ze ogen in ieder geval authentiek en staan dichterbij de echte problemen uit het dagelijkse leven.

3 methode van onderzoek

In dit onderzoek is het effect gemeten van het veranderen van een opga-

venkenmerk op de prestaties van de leerling. In dit onderzoek wordt gewerkt met twee varianten van opgaven. Een variant waarbij de context vooral gepresenteerd door middel van een talige omschrijving en een variant waarbij de context vooral wordt gepresenteerd door middel van beeld. In figuur 2 staat een voorbeeld.

Je koopt boodschappen voor €21,30.
Je betaalt met een biljet van 50 euro en twee munten van een euro.

Hoeveel krijg je terug?

€

Je moet betalen	Je betaalt met																				
<p>SUPERMARKT</p> <p>Daliastraat 4 5707 SJ Helmond 0492-527384</p> <hr/> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">15</td> <td style="width: 40%;">blik cola 330ml</td> <td style="width: 10%;">0.90</td> <td style="width: 10%;">13.50</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>chips flav. pnt. light</td> <td>0.60</td> <td>7.80</td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2">aantal art. 28</td> <td>subtotaal</td> <td>21,30</td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="3">TOTAAL</td> <td>21.30</td> <td></td> </tr> </table> <hr/>	15	blik cola 330ml	0.90	13.50		13	chips flav. pnt. light	0.60	7.80		aantal art. 28		subtotaal	21,30		TOTAAL			21.30		
15	blik cola 330ml	0.90	13.50																		
13	chips flav. pnt. light	0.60	7.80																		
aantal art. 28		subtotaal	21,30																		
TOTAAL			21.30																		
<p>Hoeveel krijg je terug?</p> <p>€ <input type="text"/></p>	<p><input type="button" value="BEWAAR"/> <input type="button" value="OVERSLAAN"/></p>																				

figuur 2: twee varianten van één opgave

De hypothese dat het vervangen van woordproblemen door equivalente beeldrijke problemen een positief effect heeft op de resultaten van de leerlingen is onderzocht in een onderzoekspopulatie die bestaat uit leerlingen uit het basisonderwijs (groep 7 en 8), voortgezet onderwijs (vmbo, havo, vwo) en mbo. In figuur 3 is weergegeven welke aantallen leerlingen in de hoofdafname van het onderzoek hebben meegedaan.

	basisonderwijs groep 7 en 8	vmbo	havo/vwo	mbo	overig/onbekend	totaal
Aantal leerlingen	969	12.459	16.588	1.146	680	31.842

figuur 3: aantal deelnemers hoofdafname Rekenen in Beeld

Gerelateerd aan de rekendomeinen uit het referentieniveau $2F$ rekenen (ocw, 2009), zijn 21 koppels van opgaven geconstrueerd. Elk koppel bestaat uit twee varianten (A en B) van hetzelfde probleem. In variant A wordt de context vooral gepresenteerd door middel van een talige omschrijving. In variant B wordt de context vooral gepresenteerd door middel van beeld. De inhoudelijke equivalentie van beide varianten van een opgave is vastgesteld door een deskundigenpanel. De equivalentie betreft of beide problemen dezelfde rekenkundige of wiskundige kennis en vaardigheid toetsen en zo ja of ze van hetzelfde rekenkundig of wiskundig niveau zijn.

Door middel van een activeringscode startten leerlingen *webbased* een toets op die bestond uit 24 opgaven functioneel rekenen: 21 opgaven in koppels A - B en 3 controlevragen. Geheel random wordt bij iedere activering bepaald welke van de 21 vragen met een A -variant worden voorgelegd en welke met een B -variant. Op deze wijze is de groep zelf zijn controlegroep en voldoet het onderzoeksdesign aan de eisen voor een *randomized controlled trial*.

Bij het oplossen van de opgaven was het gebruik van een *on-screen* rekenmachine toegestaan. De tijdsduur bedroeg maximaal zestig minuten. De antwoorden worden als numerieke waarde door de leerlingen ingegeven en door de computer gescoord. In geval van mogelijke afrondingen bij antwoorden is de controlewaarde niet een getal maar een klein interval.

4 resultaten

De gevonden resultaten ondersteunen de hypothese dat het vervangen van woordproblemen door equivalente beeldrijke problemen een positief effect heeft op de resultaten van de leerlingen bij het oplossen van dergelijke problemen.

Op de toets als geheel is de gemiddelde score van de leerlingen op de opgaven met de beeldende context (B) (45,5 procent) significant hoger dan de gemiddelde score van de leerlingen op de opgaven met de talige variant (A) (43,5 procent).


Betreffende afzonderlijke vragen werd gevonden dat bij 10 van de 21 opgaven leerlingen significant beter scoren op de beeldende variant (B). Bij 4 van de 21 opgaven scoren leerlingen significant hoger op de talige variant (A). Bij 7 van de opgaven is er geen significant verschil.

In figuur 4 staat een voorbeeld van een koppel opgaven waarbij leerlingen op de B -variant gemiddeld ruim 16% hoger scoorden dan op de A -variant.

In de badkamer zitten twee ramen. Ze zijn 0,90 m breed en 1,35 m hoog
Je wilt hier dubbelglas in laten zetten.
Dubbelglas kost € 148,- per m².

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€



Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

figuur 4: een koppel opgaven waarbij leerlingen op de B-variant gemiddeld ruim 16 procent hoger scoorden dan op de A-variant

5 conclusie

Uit het onderzoek blijkt dat het vervangen van talige contexten door beeldende contexten een positief effect heeft op de resultaten van leerlingen. Dit treedt op bij een meerderheid van de voorgelegde problemen.

Een van de meest plausibele verklaringen is dat de problemen die leerlingen hebben met woordproblemen voor een groot deel worden weggenomen door taal te vervangen door beeld.

In vervolgonderzoek wordt op dit moment onderzocht of er een verfijning mogelijk is van het onderscheidende opgavenkenmerk, die een preciezere voorspelling mogelijk maakt van het geconstateerde effect.

Voorliggend onderzoek heeft vooral een vaststellend karakter gehad. Wat nu precies de verklaring is voor het optredende effect is hiermee niet aangetoond. In vervolgonderzoek gaan we op zoek naar mogelijke verklaringen. Die kunnen bijvoorbeeld te maken hebben met de manier waarop leerlingen dit soort opgaven (moeten) modelleren in hun hoofd. Maar er zal ook nader bekeken worden of vanuit *cognitive load theory* (Sweller, 2009) of theorieën rond multimodaal leren (Mayer, 2003) aannemelijke verklaringen voor dit fenomeen gevonden kunnen worden.

6 ten slotte

In 2009 is door het ministerie van OCW (2009) het referentiekader taal en rekenen in de wet vastgelegd. Op grote schaal worden op dit moment door allerlei partijen lesmateriaal voor functioneel rekenen en toetsmateriaal voor de referentieniveaus rekenen 1F, 2F en 3F ontwikkeld en in de praktijk ingezet. De resultaten van dit onderzoek zouden door ontwikkelaars van lesmateriaal en toetsen ter harte genomen moeten worden. Als de taligheid van de contexten minder een rol spelen voor de leerlingen, is men zuiverder in staat de kennis en vaardigheden van leerlingen op het gebied van functioneel rekenen te meten.

noot

1 Zie: www.rekeneninbeeld.nl

literatuur

- Bessot, A. & J. Ridgway (eds.) (2000). *Education for Mathematics in the Workplace*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Coben, D. (2003). *Adult numeracy: review of research and related literature* (pp. 170). London: NRDC.
- Fitzsimons, G.E. (2002). *What counts as mathematics? Technologies of power in adult and vocational education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hoogland, K. & e. Jablonka, E. (2003). Wiskundige geletterdheid en gecijferdheid. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs*, 23(1), 31-37.
- Hoogland, K. & M. Meeder (2007). *Gecijferdheid in beeld*. Utrecht: APS.
- Hoogland, K. (2011). Rekentoetsen in vo en mbo. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 30(4), 29-31.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In: A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 75-102.
- Mayer, R. E. (2003). The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media. *Learning and Instruction*, 13(2), 125-139.
- OCW (2009). *Referentiekader taal en rekenen*. Enschede: SLO

- Steen, L. A. (ed.). (2001). *Mathematics and democracy, the case for quantitative literacy*. USA: NCED, The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- Sweller, J. (2009). The Many Faces of Cognitive Load Theory. *T+D*, 63(8), 22-22 (article).
- Verschaffel, L., B. Greer, & E. De Corte (eds.). (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Verschaffel, L., B. Greer, W. van Dooren & S. Mukhopadhyay (eds.). (2009). *Words and Worlds - Modelling Verbal Descriptions of Situations*. Rotterdam/Boston/Taipei: SensePublishers.