REKENEN IN BEELD

Kees Hoogland (APS)
Jaap de Koning (Erasmus Universiteit/SEOR)
Olivier Tanis (SEOR)

Mogelijk gemaakt door een subsidie van Ministerie van OCW in het kader van het actieprogramma Onderwijs Bewijs

Rotterdam, juni 2013

VOORWOORD

Alweer enige jaren is er een publieke discussie gaande in Nederland over vormgeving en inhoud van het rekenonderwijs. Die discussie wordt veelal gevoerd op basis van meningen en opvattingen in een sterk gepolitiseerd debat.

In het actieprogramma Onderwijs Bewijs, waarbinnen dit onderzoek is uitgevoerd, wordt echter juist gezocht naar uitspraken over onderwijs(praktijken) die gestoeld zijn op degelijk, kwantitatief wetenschappelijk onderzoek. Het actieprogramma Onderwijs Bewijs is een initiatief van de ministeries van Onderwijs, Cultuur & Wetenschap, Economische Zaken en Financiën. Het ministerie van OCW verzorgt de coördinatie namens de drie departementen. Het actieprogramma Onderwijs Bewijs stimuleert de ontwikkeling van evidence-based onderwijsinnovatie. Het doel is via wetenschappelijke experimenten kennis te verzamelen over wat werkt en niet werkt in het onderwijs.

In 2009 heeft de eerste ronde van het actieprogramma Onderwijs Bewijs plaatsgevonden. De eerste onderzoeken zijn medio 2009 gestart. In februari 2010 is de tweede ronde opengesteld. Dit onderzoek maakt onderdeel uit van de tweede ronde. In totaal heeft het actieprogramma Onderwijs Bewijs 37 onderzoeksprojecten opgeleverd.

Dit onderzoek is een grootschalig gerandomiseerd experimenteel onderzoek naar het effect van het vormgeven van rekenopgaven op de prestaties van leerlingen. Het onderzoek heeft plaatsgevonden in de jaren 2011 en 2012 onder leerlingen van primair onderwijs, voortgezet onderwijs en mbo. Dit zijn leerlingen die de komende jaren te maken krijgen met het referentiekader rekenen en met een rekentoets, dan wel met een rekenexamen, met consequenties voor het zakken of slagen voor hun opleiding. Dit onderzoek is nadrukkelijk ook bedoeld om die toetspraktijk te verbeteren.

Onze dank gaat uit naar de ministeries die dit onderzoek financieel mogelijk hebben gemaakt, naar de scholen, docenten en leerlingen, die geheel belangeloos op zo'n grote schaal (32.000 leerlingen) hebben deelgenomen en naar de wetenschappelijke adviesraad voor dit onderzoek, die bestond uit Prof. Koeno Gravemeijer (TU/e), Prof. Anne van Streun (RUG), Dr. Mieke van Groenestijn (HU), Dr. Arthur Bakker (UU) en Drs. Martin van Reeuwijk (APS).

Juni 2013

Drs. Kees Hoogland (APS)

Prof. dr. Jaap de Koning (SEOR, Erasmus Universiteit Rotterdam)

CONTACTINFORMATIE

Kees Hoogland

APS

Postbus 85475

3508 AL Utrecht

Tel: 030 - 28 56 600

Email: k.hoogland@aps.nl

Jaap de Koning

SEOR

Postbus 1738

3000 DR Rotterdam

Tel: 010 – 408 2598

Email: dekoning@seor.eur.nl

INHOUD

MANAGEMENTSAMENVATTING

Achtergrond en doel

Het rekenonderwijs staat ter discussie. Veel leerlingen presteren onvoldoende tijdens toetsen en examens. Dit is zelfs het geval voor pabo-studenten. Zowel in de publieke opinie als onder deskundigen bestaat een stroming die terug wil naar het traditionele rekenonderwijs, dat rekenen als context-onafhankelijk ziet. Daarmee zet deze stroming zich af tegen de ontwikkeling in de afgelopen decennia waarbij het gebruikelijk werd om rekenopgaven in een zodanige vorm te gieten dat zij aansluiten bij dagelijkse situaties. De opgave wordt als het ware vervat in een verhaal dat min of meer overeenkomt met een situatie die men ook in het dagelijkse leven zou kunnen tegenkomen. Er is een goede reden om dit laatste te doen, omdat dit ook de situaties zijn waarin leerlingen hun rekenvaardigheid in de praktijk moeten toepassen. Het is daarom zeer de vraag of we terug moeten naar het rekenonderwijs van vroeger.

Centrale hypothese: rekenvaardigheid wordt beter getoetst door opgaven waarbij het rekenprobleem in een beeldende vorm wordt gegoten die een realistische situatie weergeeft.

Het uitgangspunt van dit onderzoek is juist dat we een stap verder moeten zetten op de in de afgelopen decennia ingezette weg, namelijk door opgaven nog realistischer te maken. Een zeer realistische vorm zou een video zijn over een alledaagse situatie waarin een kwantitatief probleem is vervat. Om praktische reden is in deze studie gekozen voor een benadering waarin opgaven zoveel mogelijk met behulp van foto's worden weergegeven, met zo weinig mogelijk tekst. De hypothese is dat op deze wijze leerlingen hun rekenvaardigheid beter kunnen etaleren, omdat een talige opgave meer interpretatiegevoelig kan zijn en niet alleen een beroep op rekenvaardigheid doet, maar ook op taalvaardigheid.

Experimentele opzet

De hypothese is onderzocht door middel van een experiment waarbij leerlingen zowel beeldende als talige varianten van opgaven moesten maken (maar uiteraard niet beide varianten van dezelfde opgave). Door randomisatie is het experiment zo opgezet dat het gemiddelde verschil in scores tussen beide typen opgaven niet afhangt van de kenmerken van de leerlingen. In totaal hebben ongeveer 32-duizend leerlingen aan het experiment deelgenomen. Elke leerling heeft 21 opgaven gemaakt, waarvan 10 of 11 beeldende opgaven en de rest talige opgaven.

Uitkomsten

Uit de resultaten blijkt dat de beeldende variant gemiddeld beter wordt gemaakt dan de talige variant. Dit blijft ook het geval als we rekening houden met het feit dat volgens onafhankelijke deskundigen bij een sommige opgaven beide varianten niet geheel equivalent zijn. Ook als hiervoor gecorrigeerd wordt, is de score op de beeldende variant enkele procentpunten hoger dan op de talige variant.

Het verschil blijkt weinig samenhang te vertonen met onderwijs- en leerlingkenmerken. Alleen blijkt dat het verschil tussen de score op de beeldende en de talige variant bij jongens groter is dan bij meisjes.

Hoewel gemiddeld de score op de beeldende variant beter is, zijn er tussen de opgaven grote verschillen. Er zijn zelfs enkele opgaven, waarbij de talige variant een hogere score geeft. Uit nadere analyses blijkt dat bij opgaven uit het domein ‘meten en meetkunde’ de beeldende variant naar verhouding de hoogste score geeft. Verder blijkt dat de talige variant het naar verhouding minder doet naarmate meer woorden nodig zijn voor de opgave en dat de beeldende variant relatief minder scoort naarmate het aantal beeldelementen groter is.

Beleidsimplicaties en verder onderzoek

We concluderen uit de resultaten dat bij veel rekenopgaven leerlingen hun rekenvermogen beter kunnen etaleren als de opgave in beeldende vorm gegoten is. Bovendien kan dit als voordeel hebben dat leerlingen rekenopgaven leren oplossen die aansluiten bij praktijksituaties. Mogelijk heeft een beeldende weergave niet bij elk type opgave meerwaarde. Dit lijkt af te hangen van het domein van de opgave (beeldende opgave vooral meerwaarde bij opgaven uit het domein ‘meten en meetkunde’), het aantal beeldelementen van de beeldende variant (hoe minder beeldelementen des te groter de meerwaarde) en het aantal woorden in de talige variant (hoe meer woorden, des te groter de meerwaarde van de beeldende variant). Dit biedt dus concrete handvatten voor het verbeteren van het toetsen op rekenvaardigheid (zie ook PIAAC, 2009 en OECD, 2012).

Om een betere onderbouwing te geven en nog concrete aanbevelingen te kunnen opstellen over hoe opgaven het beste vormgegeven kunnen worden, is aanvullend onderzoek wenselijk. Daarin zouden opgaven geconstrueerd moeten worden, waarvan op voorhand hypothesen worden opgesteld over de meerwaarde van de beeldende variant. Vervolgens zou dan een soortgelijk experiment moeten worden uitgevoerd zoals in onderhavig onderzoek. Met zo’n onderzoek zou nog nauwkeuriger kunnen worden bepaald bij welke opgaven de meerwaarde van beeldende opgaven het grootst is en hoe (door experimenteren met beelden) deze meerwaarde kan worden geoptimaliseerd.

1 INLEIDING

Veel leerlingen hebben moeite met rekenen. Dit zijn vooral leerlingen die voor het meer praktijkgerichte onderwijs kiezen of daarop aangewezen zijn, dat wil zeggen leerlingen die één van de praktijkgerichte varianten van het vmbo volgen en daarna vaak doorstromen naar de duale variant van het mbo. Hoewel zij een praktisch beroep gaan uitoefenen ontkomen ook zij niet aan de steeds hogere eisen die de maatschappij stelt aan rekenvaardigheid zowel in het werk (het moeten begrijpen van tabellen en grafieken, het kunnen verdelen van een lijn in een aantal gelijke delen, e.d.) als daarbuiten (bijvoorbeeld het kunnen overzien van de financiële gevolgen van een hypotheek). Maar problemen met rekenen doen zich niet alleen voor bij deze groep. Niet voor niets is enkele jaren geleden het rekenonderwijs op de pabo geïntensiveerd. Dus degenen die kinderen de basis van het rekenen moeten bijbrengen, beschikken zelf niet eens altijd over de noodzakelijke rekenvaardigheden. Met het vaststellen van referentiekaders voor taal en rekenen (Ministerie van OCW, 2009) poogt het ministerie het rekenniveau op alle onderwijsniveaus te versterken.

Onderzoekers als Lave (1992) en Verschaffel (2000, 2009) brengen de problemen met rekenvaardigheid in verband met de wijze waarop rekenopgaven in het onderwijs worden gepresenteerd. De gangbare benadering hiervan in het huidige onderwijs is het vervatten van een opgave in een verhaaltje, bijvoorbeeld:

Jan loopt langs een kledingzaak. Op de winkelruit is een reclame geplakt waarin staat hij een pak kan kopen voor een prijs die gelijk is aan de AEX-index. De normale prijs van het pak is € 399. Verder is een plakkertje aangebracht waarop staat dat de AEX-index die dag 342,40 is. Hoeveel procent korting krijgt hij als hij het pak vandaag koopt?

Maar als een leerling feitelijk in zo'n situatie komt, dan beschikt hij niet over een dergelijk verhaaltje. Hij ziet dan de reclame en moet daaruit een conclusie trekken. Dit roept twee vragen op. Ten eerste: als hij leert om opgaven te maken op basis van verhaaltjes, kan hij daar dan in praktijksituaties mee uit de voeten? En ten tweede: als hij moeite heeft om opgaven op basis van verhaaltjes te maken, wat zegt dit dan over zijn rekenvaardigheid? Misschien heeft hij wel moeite met de taal waarin de opgave is vervat en kan hij daardoor zijn rekenvaardigheid niet etaleren. Dus als leerlingen "talige" rekenopgaven goed maken zegt dit dus niet noodzakelijk dat zij in praktijksituaties de juiste berekening kunnen maken en als zij moeite hebben met "talige" opgaven zegt dit niet dat zij niet rekenvaardig zijn. Onderstaande beeldende vorm van de vraag komt beter overeen met het probleem waarmee Jan in de praktijk geconfronteerd wordt.

Een alternatief van opgaven in de vorm van verhaaltjes zijn "beeldende" opgaven, waarin praktijksituaties zo goed mogelijk verbeeld worden en de hoeveelheid tekst zoveel mogelijk beperkt wordt. Bovenstaande afbeelding is een benadering van een reclame die iemand in de praktijk in de krant kan tegenkomen en die dezelfde rekenopgave in zich herbergt als het eerder vermelde 'verhaaltje'. Onze hypothese is dat in algemene zin kinderen hun potentiële rekenvaardigheid met dergelijke beeldende opgaven beter kunnen ontwikkelen en etaleren dan met talige opgaven. Uiteraard zal dit effect niet zomaar bij elke beeldende opgaven optreden en zijn er meer factoren die hier een rol bij spelen.

In dit onderzoek staat daarom de vraag centraal of beeldende versies van rekenopgaven gemiddeld beter gemaakt worden dan hun inhoudelijk equivalente maar talige tegenhanger. Dat zou een aanwijzing zijn dat een beeldende versie van een opgave leerlingen beter in staat stelt hun potentiële rekenvaardigheid te etaleren dan een talige versie. Verder onderzoeken we of kenmerken van leerlingen invloed hebben op het verschil in rekenprestaties met beide typen vragen. Daarbij wordt niet alleen naar het niveau van de leerling gekeken. Herkomst zou ook een rol kunnen spelen, aangezien migranten gemiddeld genomen het Nederlands minder goed beheersen dan autochtonen. Verder zou ook geslacht een rol kunnen spelen.

Om zuivere resultaten te krijgen is een gerandomiseerd experiment opgezet, waarin leerlingen zowel beeldende als talige opgaven krijgen. Er is een set van 40 opgaven ontwikkeld, waarbij van elke opgave zowel een beeldende als een talige variant is ontwikkeld. De opgaven zijn door deskundigen beoordeeld om vast te stellen dat bij beide varianten van de vraag beroep doen op dezelfde rekenkennis en rekenvaardigheid op hetzelfde niveau. Uiteindelijk is een subset gekozen van 21 opgaven waarbij beide varianten zoveel mogelijk gelijkwaardig zijn. In het experiment krijgt iedere leerling een aantal beeldende en een aantal talige opgaven voorgelegd. Van welke van de opgaven men de beeldende of de talige variant krijgt wordt random bepaald.

We onderzoeken ook of de verschillen in rekenprestaties tussen beeldende en talige vragen te maken hebben met de aard van de vragen. Hierbij gaan we na of het gevonden patroon klopt met bestaande theorieën. Dit onderdeel van het onderzoek zien we als hypothesevorming. Werkelijke toetsing hiervan vereist dat nieuwe opgaven worden ontwikkeld en dat op basis van de theorie vooraf wordt voorspeld of de talige dan wel de beeldende variant van een opgave beter gemaakt zal worden. Op basis van een nieuw gerandomiseerd experiment kan een dergelijke nieuwe hypothese dan worden getoetst.

We vatten de probleemstelling van het onderzoek als volgt samen:

1) In hoeverre kunnen leerlingen hun rekenvaardigheden beter etaleren als zij opgaven in beeldende vorm voorgeschoteld krijgen, dan bij opgaven in de vorm van een verhaaltje? Anders gezegd: is de kans dat zij een opgave goed maken groter als deze een beeldende vorm heeft?
2) In hoeverre is dit effect groter bij leerlingen in lagere onderwijsvormen zoals vmbo vergeleken met hogere onderwijsvormen zoals vwo?
3) In hoeverre hangt dit effect samen met andere leerlingkenmerken zoals geslacht en herkomst?
4) In hoeverre hangt dit effect samen met de aard van de opgave? Is het effect bijvoorbeeld groter naarmate in de talige variant van een opgave het verhaal langer is of de opgave een meer meetkundig karakter heeft? Is er een relatie tussen de grootte van het effect en het domein (getallen, verhoudingen, meten en meetkunde) waar de opgave toe behoort.

De structuur van het rapport is als volgt. In hoofdstuk twee behandelen we de bestaande literatuur op dit gebied. Daarna gaat hoofdstuk drie in op de (experimentele) onderzoeksopzet. Hoofdstuk vier bevat de uitkomsten. Het laatste hoofdstuk bevat de conclusies en slotopmerkingen.

2 DE VORM WAARIN REKENVAARDIGHEID WORDT GETOETST: WAT ZEGGEN BESTAANDE THEORIEËN?

Vóór de jaren tachtig werd rekenen vrijwel uitsluitend onderwezen door het oefenen van rekenopgaven zonder verbinding met de werkelijkheid. Lave (1992) en vele onderzoekers in haar kielzog (Frankenstein (2009), Nunes, Schlimena, Saxe, d'Ambrosio) zetten grote vraagtekens bij de transfer van schoolse basisvaardigheden op het gebied van rekenen naar gebruik in het dagelijkse leven op basis van de toenmalige aanpak. Freudenthal (1973, 1991), Treffers (1986) en Gravemeijer (1994, 1997) hebben de basis gelegd voor realistisch rekenonderwijs waarbij rekenen werd verbonden met praktijksituaties. Kenmerkend voor deze benadering is dat men voorbeelden uit het dagelijks leven gebruikt in het rekenonderwijs en ook in het toetsen van rekenkundige vaardigheden. De achterliggende gedachte is dat deze vaardigheden mensen moeten helpen om problemen in het dagelijks leven op te lossen. In het Engels gebruikt men in dit verband de termen 'numeracy' (Coben, 2003) en 'mathematical literacy' (Jablonka, 2003; Hoogland & Jablonka, 2003). In het Nederlands zou men van praktische rekenvaardigheid of 'gecijferdheid' (Hoogland & Meeder, 2007) kunnen spreken.

In de praktijk van het rekenonderwijs heeft men in eerste instantie de verbinding met het dagelijks leven gelegd door het 'verwoorden' van rekenkundige problemen. Hierbij worden rekenkundige problemen geformuleerd in de context van een praktijksituatie. Er wordt een verbale beschrijving gegeven van een probleemsituatie waarin één of meer problemen voorkomen die kunnen worden opgelost met rekenkundige bewerkingen van gegevens die in de beschrijving opgenomen zijn.

Uit onderzoek blijkt echter dat studenten bij het oplossen van dergelijke opgaven nauwelijks gebruikmaken van de connectie met de realiteit (Verschaffel et al., 2000; Cooper & Harries, 2002, 2003; DeFranco & Curcio, 1997). Zij benaderen de opgaven zuiver als een wiskundig probleem en concentreren zich op wiskundige handelingen (vermenigvuldigen, delen, e.d.) om dit op te lossen. De gekozen oplossingsstrategie is vaak een 'trial and error' benadering zonder dat men het probleem eerst analyseert. Anders gezegd: men maakt veelal geen mentaal model voor het probleem. De beschrijving van de opgave als een probleem in het dagelijks leven is dan niet meer dan verpakking. Mogelijk vormt onvoldoende taalvaardigheid bij een deel van de leerlingen ook een knelpunt bij het oplossen van 'talige' opgaven.

Het gebruik van talige contexten in rekenopgaven is sinds die tijd onderwerp van discussie in vele landen, zie het overzichtswerk "Words and Worlds" van Verschaffel e.a. (2009). Er is een internationale tendens in het rekenonderwijs om de verbinding met de werkelijkheid nieuwe vormen te geven. Daarbij wordt de oplossing gezocht in het verder vergroten van de authenticiteit van de rekenproblemen die leerlingen voorgelegd krijgen (Bonotto, 2007, 2009; Frankenstein, 2009, Lave, 1992). Niet alleen het probleem zelf, maar ook de vorm waarin dit is gegoten moet zoveel mogelijk aansluiten bij praktijksituaties.

De meest vergaande vorm zou zijn om kinderen opgaven in de praktijk te laten maken. In het voorbeeld uit de inleiding zou je Jan daadwerkelijk naar de kledingzaak kunnen sturen. Maar praktisch gezien is dat natuurlijk bezwaarlijk. Als een goede benadering van de werkelijkheid worden beelden van praktijksituaties beschouwd in de vorm van video's of foto's. De gedachte is dat leerlingen op basis van beelden een probleem makkelijker kunnen doorgronden en eerder geneigd zullen zijn een mentaal model van de probleemsituatie te maken. Er is als het ware minder ruis dan als een opgave de vorm van een verhaal heeft. In laatstgenoemde geval moet men namelijk eerst proberen te begrijpen wat er staat. Dit doet niet alleen een beroep op rekenkundige vaardigheden maar ook op taalvaardigheden.

3 ONDERZOEKSOPZET

3.1 DE EXPERIMENTELE OPZET

Het onderzoek naar de vraag of een opgave beter wordt gemaakt als deze in een beeldende vorm wordt gegoten is een voorbeeld van een effectevaluatie. We kunnen hierbij de talige variant als de nulsituatie beschouwen. Dit is immers de gangbare vorm voor rekenopgaven. De interventie is dan het vervangen van een talige opgave door een beeldende variant. Het probleem is dat we geen zuiver beeld krijgen als we leerlingen beide varianten van dezelfde opgave laten maken. Stel dat we zouden beginnen met de talige variant en dat blijkt dat leerlingen deze gemiddeld genomen minder goed maken dan de beeldende variant die zij daarna moeten maken. De betere resultaten van de beeldende variant zouden dan veroorzaakt kunnen worden doordat men al heeft kunnen nadenken over de opgave toen men de talige variant maakte.

Om het effect zuiver te kunnen meten is een experimentele opzet nodig. We zouden de leerlingen willekeurig in twee groepen kunnen verdelen en de ene groep de talige variant van een aantal opgaven maken en de andere groep de beeldende variant van deze opgaven. Nadeel hiervan is dat beeldende opgaven nieuw zijn voor leerlingen en dat het een vertekening zou geven als de ene groep alleen maar talige opgaven en de andere groep alleen maar beeldende opgaven zou moeten maken. Daarom is gekozen voor een opzet waarbij leerlingen van een deel van de opgaven de talige variant krijgt voorgelegd en voor het overige deel de beeldende opgaven. Van welke opgave men de beeldende variant krijgt en van welke de talige, wordt gerandomiseerd. Ook de volgorde van de vragen wordt gerandomiseerd.

Een klassiek experiment is “dubbel blind”. De deelnemers aan het experiment weten evenmin als degenen die de interventie plegen dat zij aan een experiment meedoen. Ook in dit experiment was dat het geval. De afgenomen toets is gepresenteerd als een “gewone” rekentoets om het algemene rekenniveau vast te stellen. De opgaven en hun kenmerken

In eerste instantie zijn 40 opgaven opgesteld. Uiteindelijk zijn 21 opgaven in talige en beeldende vorm voorgelegd aan leerlingen tijdens het experiment. De in de inleiding genoemde opgave is één van deze 21 vragen. Hieronder is van een andere opgave zowel de talige als de beeldende vorm weergegeven (figuur 3.1). In de bijlage zijn de overige vragen opgenomen.

De selectie van de 21 uit de oorspronkelijke 40 vragen is gebeurd op basis van de inbreng van externe deskundigen op het gebied van rekenonderwijs. Zij waren afkomstig van diverse instituten in Nederland die zich professioneel bezig houden met het onderzoeken en ontwikkelen van rekenonderwijs. Die vragen zijn geselecteerd waarvan de externe deskundigen hebben aangegeven dat de talige en de beeldende versies het meest equivalent zijn. Maar ook bij de 21 geselecteerde vragen komt het voor dat een (beperkt) deel van de deskundigen van mening is dat de beeldende variant moeilijker is dan de talige variant of vice versa. Zoals blijkt uit tabel 3.1 worden 15 van de 21 opgaven door de deskundigen als geheel equivalent gezien. Van vier opgaven is naar hun mening de beeldende variant moeilijker; van twee opgaven is volgens hen de talige variant moeilijker.

Figuur 3.1 Voorbeeld van een opgave (respectievelijk talige en beeldende variant)

In de badkamer zitten twee ramen. Ze zijn 0,90 m breed en 1,35 m hoog.
Je wilt hier dubbelglas in laten zetten.
Dubbelglas kost € 148,- per m².

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

BEWAAR OVERSLAAN

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

BEWAAR OVERSLAAN

Tabel 3.1 Kenmerken van de vragen

Equivalentie	Aantal opgaven
Beeldende variant moeilijker	4
Talige variant moeilijker	2
Beide even moeilijk	15
Wiskundige aard van de opgave	
Getallen	7
Verhoudingen	7
Meten en meetkunde	7
Informatiegehalte talige varianten	
< 30 woorden	5
30-44 woorden	12
> woorden	4
Informatiegehalte beeldende varianten	
1 beeldelementen	3
2 beeldelementen	13
3 beeldelementen	4
4 beeldelementen	1
Totaal aantal vragen	21

De opgaven verschillen ook wat betreft de aard van het wiskundige probleem. De 21 opgaven zijn gelijkelijk verdeeld over de drie domeinen: getallen, verhoudingen en meten en meetkunde. Op voorhand zou men kunnen verwachten dat opgaven uit het domein meten en meetkunde beter worden gemaakt in de beeldende variant. Hieronder is een voorbeeld gegeven van een opgave uit het domein meten en meetkunde (zie figuur 3.2).

Ten slotte is het informatiegehalte van belang. Bij de ene opgave is meer tekst nodig dan bij de andere. Het aantal woorden kan een indicatie zijn van de complexiteit van de opgave. Dus we zouden verwachten dat een opgave minder goed wordt gemaakt naarmate het aantal woorden groter is. Naarmate het aantal woorden groter is, kan verder de kans toenemen dat de tekst moeilijk te begrijpen is. Voor de beeldende variant geldt hetzelfde naarmate het aantal beeldelementen groter is. Dus we verwachten dat een opgave beter wordt gemaakt naarmate het aantal woorden kleiner is (talige variant) of het aantal beeldende elementen kleiner is (beeldende variant). Dus als voor de talige variant veel woorden nodig zijn, maar voor de beeldende variant kan worden volstaan met relatief weinig beeldelementen, dan zal de beeldende variant betere resultaten geven. Tabel 3.1 geeft aan hoe groot de spreiding is van de talige opgaven wat betreft het aantal woorden en van de beeldende opgaven wat betreft het aantal beeldelementen.

Figuur 3.2 Voorbeeld van een opgave uit het domein meten en meetkunde

4 DATA EN RESULTATEN

4.1 DATA EN BESCHRIJVENDE STATISTIEKEN

Elke leerling heeft in het kader van dit experiment 21 opgaven beantwoord, waarvan 10 of 11 talige en 10 of 11 beeldende. Door de randomisatie is willekeurig of een leerling 10 talige of 11 talige opgaven heeft beantwoord.

In totaal hebben bijna 32-duizend leerlingen deelgenomen aan het experiment. Tabel 4.1 geeft de verdeling van de betrokken leerlingen naar leerling- en schoolkenmerken weer.

Tabel 4.1 Samenstelling van de steekproef

Variabel	N	Steekproefgemiddelde
Opgave correct beantwoord (correct=1; incorrect=0)	653,728	0,45
Versie opgave (beeldend=1; talig=0)	653.728	0,50
BO (basisonderwijs=1; overig=0)	31.130	0,03
vmbo-BB (vmbo-BB=1; overig=0)	31.130	0,06
vmbo-KB (mbo-KB=1); overig=0)	31.130	0,09
vmbo-GT (vmbo-GT=1); overig=0)	31.130	0,25
havo (havo=1; overig=0)	31.130	0,29
vwo (vwo=1; overig=0)	31.130	0,25
mbo (mbo=1; overig=0)	31.130	0,04
Leerjaar binnen huidig schooltype	31.130	2,30
Geslacht (man=1; vrouw=0)	30.775	0,50
Etniciteit (allochtoon=1; autochtoon=0)	30.775	0,23
Leeftijd in (absolute) afwijking van de gemiddelde leeftijd binnen leerjaar en niveau	30.956	0,00
Cijfer voor rekenen	28.973	6,91

In de steekproef zijn vmbo-leerlingen, havo-leerlingen en vwo-leerlingen het sterkst vertegenwoordigd. Het aandeel leerlingen uit het basisonderwijs en het mbo is relatief klein. Maar in absolute zin gaat het ook bij laatstgenoemde groepen nog om aanzienlijke aantallen, waardoor statistisch betrouwbare uitspraken mogelijk zijn.

Onderstaande tabel 4.2 geeft de resultaten van de opgaven weer.

Tabel 4.2 Resultaten opgaven

Opgave	Aantal waarnemingen talige versie	Aantal waarnemingen beeldende versie	Percentage goed beantwoorde opgaven talige versie	Percentage goed beantwoorde opgaven beeldende versie	Verschil beeldende minus talige variant
1	15878	15964	0.72	0.72	0,00
2	15986	15856	0.53	0.48	-0,05*
3	15785	16057	0.31	0.29	-0,02*
4	15835	16007	0.83	0.83	0,00
5	16038	15804	0.72	0.83	0,11*
6	15775	16067	0.63	0.64	0,01
7	16065	15777	0.40	0.42	0,02*
8	16298	15544	0.30	0.30	0,00
9	16069	15773	0.22	0.21	-0,01
10	15882	15960	0.49	0.52	0,02*
11	15850	15992	0.14	0.31	0,17*
12	15871	15971	0.47	0.44	-0,03*
13	15931	15911	0.62	0.64	0,02*
14	15889	15953	0.04	0.05	0,01
15	15793	16049	0.39	0.39	0,00
16	15921	15921	0.80	0.82	0,02*
17	15986	15856	0.80	0.79	-0,01*
18	15847	15995	0.15	0.17	0,02*
19	15932	15910	0.25	0.28	0,03*
20	15925	15917	0.13	0.16	0,03*
21	16044	15798	0.19	0.26	0,07*
Alle opgaven	334600	334082	0.44	0.46	0,02*

*Noot: * betekent significant op 0.05 niveau t test*

Gemiddeld ligt het percentage goed gemaakte beeldende opgaven twee procentpunten hoger dan het percentage goed gemaakte talige opgaven. Maar de verschillen variëren sterk per opgave. Ook komt het voor dat de talige variant beter wordt gemaakt. Bij 10 opgaven is de beantwoording van de beeldende variant beter en bij vier opgaven de talige variant. Bij zeven opgaven is er geen significant verschil.

4.2 RESULTATEN MODELANALYSES

4.2.1 EEN MODELMATIGE BENADERING

De beschrijvende analyse die we hebben uitgevoerd geeft een betrouwbaar beeld van het effect van talig/beeldend op de kans dat een opgave goed wordt gemaakt. Maar we willen ook nagaan of dit effect beïnvloed wordt door het onderwijstype en door leerlingkenmerken. Verder willen we weten of er kruiselingse effecten zijn. Van dit laatste is bijvoorbeeld sprake als leerlingen met bepaalde kenmerken naar verhouding de beeldende variant beter maken dan de gemiddelde leerling. Maar als we dit doen lopen we tegen de beperking aan dat, zelfs bij dit zeer grote aantal waarnemingen, het aantal waarnemingen binnen een subcategorie soms al zodanig klein is dat het moeilijk wordt een klein effect significant te meten. Met een modelmatige benadering kunnen we kruiselingse effecten analyseren met gebruikmaking van de gehele dataset. Bovendien kunnen we met behulp van een model laten zien hoe groot de effecten van allerlei achtergrondvariabelen zijn op de kans dat een opgave goed wordt gemaakt.

We beginnen met een afleiding van het model. We gaan ervan uit dat de kans dat een opgave goed wordt gemaakt afhangt van de geëtaleerde rekenvaardigheid van een leerling. We kunnen dit als volgt opschrijven:

$$\begin{array}{lll} y_{ij} = 1 & als & erv_{ij} > \delta_j \\ \quad\;\; 0 & overig & \end{array}$$

Hierbij geeft y_{ij} aan of leerling i een opgave j goed (y_{ij}=1) of fout (y_{ij}=0). De variabele erv_{ij} geeft de geëtaleerde rekenvaardigheid van leerling j weer. Een opgave wordt goed gemaakt als de geëtaleerde rekenvaardigheid een bepaalde drempelwaarde δ_j overschrijdt. Deze drempelwaarde is afhankelijk van de opgave, omdat de ene opgave moeilijker is dan de andere. De geëtaleerde rekenvaardigheid is een latente variabele die niet wordt waargenomen. Om een toetsbaar model af te leiden moeten we daarom hypothesen formuleren over de wijze waarop de geëtaleerde rekenvaardigheid afhangt van kenmerken van de vragen, leerlingkenmerken en schoolkenmerken.

Onze hypothese is dat de geëtaleerde rekenvaardigheid afhangt van de vraag of de opgave talig dan wel beeldend is. Dit geven we weer met een dummy-variabele d die 1 is bij de talige variant en 0 bij de beeldende variant. De geëtaleerde rekenvaardigheid zal ook afhangen van leerlingkenmerken en kenmerken van het onderwijs. Verder kunnen er interactie-effecten zijn tussen deze kenmerken en de vorm van de opgave (talig versus beeldend).

Dit leidt tot de volgende vergelijking voor de geëtaleerde rekenvaardigheid:

$$erv_{ij} = \alpha_{ij} d_{ij} + x_i{}' \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Waarbij:

d = dummy (1 indien opgave talig; 0 indien opgave beeldend);

x = set met leerling- en schoolkenmerken;

ε = residu-term die staat voor overige verklarende factoren die niet expliciet opgenomen worden.

Verder geven de α's en β's de bij de verklarende variabelen behorende coëfficiënten weer.

In deze algemene versie van het model laten we toe dat het effect van talig/beeldend zowel afhangt van de opgave als van leerling- en schoolkenmerken, dat wil zeggen:

$$\alpha_{ij} = \alpha_0 + \alpha_1 z_j + \alpha_2 x_i$$

Hierbij is z een vector met kenmerken van de opgaven. Op de operationalisatie hiervan komen we nog terug.

Substitutie geeft:

$$erv_{ij} = \alpha_o d_{ij} + \alpha_1 z_j d_{ij} + \alpha_2 x_i d_{ij} + x_i{}'\beta_j + \varepsilon_{ij}$$

We nemen aan dat de residutermen normaal verdeeld zijn met gemiddelde 0 en standaarddeviatie σ. Dan is ook de geëtaleerde rekenvaardigheid normaal verdeeld. We kunnen dan het volgende probit-model afleiden:

$$P\left(y_{ij} = 1\right) = P\left(erv_{ij} > \delta_j\right) = N\left\{\frac{\delta_j - \alpha_o d_{ij} - \alpha_1 z_j d_{ij} - \alpha_2 x_i d_{ij} - x_i{}'\beta_j}{\sigma}\right\}$$

$$P\left(y_{ij} = 0\right) = 1 - P\left(y_{ij} = 1\right)$$

Hierbij geeft N de standaard-normale verdeling weer. Het verkregen model stelt dus het al of niet goed beantwoorden van een opgave afhankelijk van kenmerken van de opgave, de leerling en de school.

In plaats van een probit-model wordt ook wel een logit-model gebruikt. In de praktijk geven deze bij grote aantallen gegevens vaak slechts kleine verschillen in resultaten. In dit geval achten wij een probit-model theoretisch beter, omdat het aannemelijk is dat rekenvaardigheid normaal is verdeeld onder kinderen.

Het probit-model is niet-lineair in de variabelen. Dit betekent dat coëfficiënten niet als effecten kunnen worden geïnterpreteerd. Daarvoor is het gebruikelijk om marginale effecten te berekenen. De berekening hiervan kunnen we als volgt verduidelijken. We schrijven het model als volgt:

$$P(y_{ij} = 1) = P\left(-\sum_i \mu_i z_i\right)$$

Hierbij stellen de z_i alle verklarende variabelen voor. Stel dat z_k een dummy-variabele is. Het marginale effect van z_k wordt dan als volgt berekend:

$$ME_k = P\left(-\mu_k - \sum_{i \neq k} \mu_i \bar{z}_i\right) - P(-\sum_{i \neq k} \mu_i \bar{z}_i)$$

Hierbij worden dan voor de overige verklarende variabelen de steekproefgemiddelden ingevuld. We berekenen dus met hoeveel de kans toeneemt dat een opgave goed wordt gemaakt als verklarende variabele k 1 is in plaats van 0.

4.3 MODELRESULTATEN MET KRUISELINGSE EFFECTEN

In deze paragraaf presenteren we de resultaten van modellen waarin is aangenomen dat De coëfficiënt van talig-beeldend voor alle opgaven hetzelfde is. We onderscheiden de volgende varianten:[1]

1) Een model zonder kruistermen en zonder schooldummies;
2) Een model waarin ook kruistermen voorkomen van talig/beelden met school- en persoonskenmerken;
3) Een model met kruistermen, waarin ook schooldummies zijn opgenomen.

De schattingsresultaten zijn opgenomen in tabel 4.3. Hierin zijn per model zowel de coëfficiënten als de marginale effecten weergegeven.

Er zijn veel overeenkomsten tussen de modellen. De beeldende variant geeft gemiddeld genomen een hogere kans op een goed gemaakte opgave dan de talige variant. Dit effect is significant. Het verschil is vrijwel even groot als op basis van de gemiddelde scores (zie de vorige paragraaf). Bij een goede randomisatie viel dit ook te verwachten.

[1] We tekenen hierbij aan dat door het niet-lineaire karakter van het model ook in de versie zonder kruistermen de kruiselingse effecten van nul zullen verschillen. De kruiselingse effecten door niet-lineariteit zijn in dit geval echter klein.

Tabel 4.3 Basismodel en varianten hiervan

	Basismodel		Model met kruistermen		Model met kruisterm en school dummies	
	Coëfficiënt	Marginaal effect	Coëfficiënt	Marginaal effect	Coëfficiënt	Marginaal effect
Versie (beeldend=1)	0.0530***	0.0210***	0.0401***	0.0159***	0.0434***	0.0172***
	(0.00333)	(0.00132)	(0.00704)	(0.00279)	(0.00477)	(0.00189)
Basisonderwijs	-0.601***	-0.217***	-0.602***	-0.217***	-1.575***	-0.415***
	(0.0118)	(0.00367)	(0.0167)	(0.00517)	(0.468)	(0.0498)
Vmbo-BB	-0.948***	-0.317***	-0.954***	-0.318***	-0.901***	-0.305***
	(0.00838)	(0.00206)	(0.0119)	(0.00292)	(0.0117)	(0.00303)
Vmbo-KB	-0.636***	-0.231***	-0.645***	-0.234***	-0.560***	-0.207***
	(0.00675)	(0.00214)	(0.00957)	(0.00301)	(0.0101)	(0.00337)
Vmbo-GT	-0.340***	-0.132***	-0.340***	-0.132***	-0.283***	-0.110***
	(0.00450)	(0.00170)	(0.00636)	(0.00237)	(0.00681)	(0.00262)
Vwo	0.263***	0.104***	0.260***	0.103***	0.262***	0.104***
	(0.00451)	(0.00179)	(0.00632)	(0.00252)	(0.00473)	(0.00190)
Mbo	0.261***	0.104***	0.259***	0.103***	-0.328***	-0.125***
	(0.00956)	(0.00379)	(0.0135)	(0.00533)	(0.0390)	(0.0142)
Leerjaar	0.236***	0.0934***	0.236***	0.0934***	0.240***	0.0948***
	(0.00196)	(0.000774)	(0.00196)	(0.000774)	(0.00253)	(0.00100)
Geslacht	0.133***	0.0524***	0.123***	0.0486***	0.115***	0.0455***
	(0.00335)	(0.00132)	(0.00474)	(0.00187)	(0.00478)	(0.00190)
Etniciteit	-0.0407***	-0.0161***	-0.0404***	-0.0160***	-0.0254***	-0.0100***
	(0.00409)	(0.00161)	(0.00577)	(0.00227)	(0.00459)	(0.00181)
lft_afwijk	- 0.00947***	- 0.00374***	- 0.00947***	- 0.00374***	-0.0179***	- 0.00708***
	(0.00258)	(0.00102)	(0.00258)	(0.00102)	(0.00274)	(0.00108)
Cijfer	0.0569***	0.0225***	0.0569***	0.0225***	0.0570***	0.0225***
	(0.00121)	(0.000480)	(0.00121)	(0.000480)	(0.00125)	(0.000493)
Geslacht_x_Versie			0.0196***	0.00774***	0.0200***	0.00790***
			(0.00669)	(0.00265)	(0.00669)	(0.00265)
Constante	-1.020*** (0.010698)		-1.013*** (0.01113)		0.137 (0.513)	
Aantal	605421		605.421		605,399	
Pseudo R^2	0.0751		0.0751		0.0820	

Standaardfouten tussen haakjes

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Verder blijkt dat de kans op een goed gemaakte opgave hoger is naarmate een leerling een hoger opleidingstype volgt. Ook leerjaar heeft een positief effect op deze kans. Verder is de kans op een goed gemaakte opgave hoger naarmate een leerling een hoger cijfer heeft voor rekenen. Als een leerling ouder is dan standaard is voor het schooltype en het leerjaar, dan heeft dit een negatief effect op de kans. Het vormt een indicatie van een minder goed presteren op school. Kinderen van migranten maken rekenopgaven gemiddeld minder goed dan autochtone kinderen, maar het effect is slechts klein. Ten slotte maken jongens rekenopgaven gemiddeld beter dan meisjes.

Kruistermen blijken in het algemeen niet significant te zijn. Het is dus niet zo dat kinderen van migranten meer baat hebben bij beeldende vragen omdat zij de Nederlandse taal minder goed beheersen. Ook is het niet zo dat kinderen die een lagere onderwijsvorm volgen meer baat hebben bij beeldende vragen. Alleen de kruisterm tussen opgaveversie (beeldend versus talig) en geslacht is significant. Daarom is in tabel bij het model met kruistermen alleen deze kruisterm weergegeven. Jongens hebben meer baat bij beeldende opgaven dan meisjes.

Het opnemen van schooldummies leidt niet tot andere conclusies. Alleen de kruisterm tussen opgaveversie en geslacht is significant. In de tabel is alleen deze kruisterm opgenomen.

4.4 MODELRESULTATEN MET VERKLARING VAN DE VERSCHILLEN TUSSEN DE OPGAVEN

In deze paragraaf toetsen we modellen waarin het effect talig/beeldend per opgave verschilt en afhangt van de aard van de opgave. We hanteren hierbij drie typen variabelen:

a) het niveau van de opgave en het verschil in niveau tussen de beeldende en de talige variant op basis van beoordelingen door deskundigen;

b) het aantal woord- of beeldelementen;

c) het wiskundige domein van de opgave.

De resultaten zijn opgenomen in tabel 4.4. Uit de tabel blijkt dat des te hoger het niveau van een vraag is volgens het expertpanel, des te kleiner de kans is dat deze goed wordt beantwoord. Dat is volgens verwachting. Verder blijkt dat als de beeldende variant van vraag als moeilijker wordt beschouwd dan de talige variant, dat de gemiddelde kans dat de beeldende variant goed wordt beantwoord dan afneemt.

Uit het model waar informatieve elementen zijn opgenomen, blijkt dat de kans op een goed gemaakte talige opgave gemiddeld genomen lager is naarmate het aantal woorden in de vraagomschrijving groter is. Dit bevestigd onze stelling dat het aantal woorden een indicatie kan zijn van de complexiteit van de opgave. Ook is denkbaar dat naarmate het aantal woorden groter is, de kans toeneemt dat de tekst moeilijk te begrijpen is. Het zelfde zien we terug bij het aantal beeldelementen waaruit de beeldende vragen zijn opgebouwd. Des te meer beeldelementen een vraag bevat, des te kleiner de kans is dat de vraag goed wordt beantwoord.

In de derde analyses is gekeken naar de invloed van het domein van een opgave op de kans dat deze goed wordt beantwoord. Het domein getallen is hier de referentiegroep. De kans dat vragen in de domeinen verhoudingen en meten en meetkunde goed worden beantwoord is kleiner dan vragen in het domein getallen. Ook zijn in het model kruistermen tussen opgaveversie (beeldend versus talig) en domein opgenomen. Hieruit blijkt dat bij het domein meten en meetkunde de beeldende variant eerder goed gemaakt wordt dan zijn talige equivalent. Het gebruik van de beeldende variant heeft dus met name een toegevoegde waarde bij dit domein. Bij het domein Verhoudingen is het effect juist tegengesteld.

Tabel 4.4 Modellen met een verklaring voor variatie in scores tussen opgaven

	Model met niveau opgaven		Model met informatieve-elementen		Model met domein opgave	
	Coëfficiënten	Marginale effecten	Coëfficiënten	Marginale effecten	Coëfficiënten	Marginale effecten
Versie (beeldend=1)	0.0630***	0.0248***	0.0498***	0.0197***	0.0305***	0.0121***
	(0.00494)	(0.00195)	(0.0111)	(0.00438)	(0.00674)	(0.00266)
Basisonderwijs	-1.577***	-0.411***	-1.572***	-0.414***	-1.668***	-0.423***
	(0.455)	(0.0473)	(0.463)	(0.0495)	(0.493)	(0.0452)
Vmbo-BB	-0.983***	-0.323***	-0.913***	-0.308***	-0.939***	-0.314***
	(0.0122)	(0.00311)	(0.0118)	(0.00301)	(0.0120)	(0.00297)
Vmbo-KB	-0.612***	-0.222***	-0.567***	-0.209***	-0.583***	-0.214***
	(0.0105)	(0.00349)	(0.0102)	(0.00336)	(0.0103)	(0.00340)
Vmbo-GT	-0.308***	-0.119***	-0.287***	-0.112***	-0.293***	-0.114***
	(0.00704)	(0.00271)	(0.00685)	(0.00261)	(0.00690)	(0.00265)
Vwo	0.285***	0.113***	0.267***	0.106***	0.270***	0.107***
	(0.00488)	(0.00198)	(0.00475)	(0.00189)	(0.00478)	(0.00193)
Mbo	-0.355***	-0.134***	-0.332***	-0.126***	-0.343***	-0.130***
	(0.0404)	(0.0144)	(0.0392)	(0.0141)	(0.0396)	(0.0143)
Leerjaar	0.262***	0.103***	0.243***	0.0961***	0.248***	0.0980***
	(0.00263)	(0.00104)	(0.00255)	(0.00101)	(0.00257)	(0.00101)
Geslacht	0.125***	0.0493***	0.118***	0.0464***	0.120***	0.0474***
	(0.00492)	(0.00195)	(0.00481)	(0.00190)	(0.00485)	(0.00192)
Etniciteit	-0.0276***	-0.0109***	-0.0256***	-0.0101***	-0.0263***	-0.0104***
	(0.00475)	(0.00187)	(0.00461)	(0.00182)	(0.00465)	(0.00183)
lft_afwijk	-0.0192***	-0.00756***	-0.0183***	-0.00722***	-0.0185***	-0.00732***
	(0.00283)	(0.00112)	(0.00275)	(0.00109)	(0.00277)	(0.00110)
Cijfer	0.0621***	0.0245***	0.0577***	0.0228***	0.0590***	0.0233***
	(0.00129)	(0.000509)	(0.00125)	(0.000496)	(0.00126)	(0.000500)
Geslacht_x_Versie	0.0224***	0.00885***	0.0179***	0.00709***	0.0193***	0.00764***
	(0.00692)	(0.00274)	(0.00673)	(0.00266)	(0.00678)	(0.00268)
Domein verhoudingen (VH)					-0.527***	-0.203***
					(0.00587)	(0.00226)
Domein meten en meetkunde (MM)					-0.601***	-0.230***
					(0.00587)	(0.00222)

	Model met niveau opgaven		Model met informatieve-elementen		Model met domein opgave	
	Coëfficiënten	Marginale effecten	Coëfficiënten	Marginale effecten	Coëfficiënten	Marginale effecten
Domein VH x versie					-0.0162*	-0.00638*
					(0.00830)	(0.00327)
Domein MM x versie					0.0615***	0.0244***
					(0.00827)	(0.00329)
Aantal woorden (talige variant)			-0.0172***	-0.00678***		
			(0.000241)	(9.51e-05)		
Aantal beeldelementen (beeldende variant)			-0.234***	-0.0923***		
			(0.00342)	(0.00135)		
Niveau opgave	-1.075***	-0.424***				
	(0.00503)	(0.00198)				
Verschil in niveau tussen beeldende en talige variant	-0.642***	-0.253***				
	(0.0251)	(0.00991)				
Constante	2.109***		0.600		-0.947***	
	(0.190)		(0.508)		(0.189)	
Aantal	605399		605,399		605,399	
Pseudo R^2			0.0939		0.1110	

Standaardfouten tussen haakjes
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

5 CONCLUSIES EN SLOTOPMERKINGEN

Gemiddeld genomen worden rekenopgaven beter gemaakt als zij in beeldende vorm zijn opgesteld dan als zij een talige vorm hebben. Uitgaande van de 21 opgaven die in dit onderzoek zijn gebruikt, en waarvan voor elke opgave zowel een talige als een beeldende variant is opgesteld, is het gemiddelde effect klein, ongeveer twee procentpunten. Maar bij individuele opgaven zijn de verschillen veelal groter en soms veel groter. Daarbij komt het ook voor dat de talige variant betere resultaten geeft.

Het effect hangt nauwelijks samen met leerling- en schoolkenmerken. Er is alleen een samenhang met geslacht: jongens hebben meer baat bij beeldende opgaven dan meisjes. Er zijn dus geen aanwijzingen gevonden dat kinderen die het Nederlands minder goed beheersen of minder aanleg voor rekenen hebben, meer baat hebben bij beeldende opgaven.

Op basis van theorieën als de cognitive load theorie, kan worden verwacht dat de beeldende variant het vooral beter doet bij bepaalde typen vragen. Daarom hebben we gekeken of er een verband is tussen het effect van talig/beeldend en kenmerken van de opgaven. Daaruit blijk dat naarmate het aantal woorden of het aantal beeldelementen in de vraag toeneemt, de kans op een goed antwoord gemiddeld genomen afneemt. Veel woorden of afbeeldingen kunnen een indicatie zijn voor de complexiteit van een vraag. Ook kan het tot ruis leiden. Zoals valt te verwachten, is ook het niveau van de vraag van invloed. Een vraag die volgens het expertpanel lastiger is, wordt minder snel goed beantwoord. Ook het domein blijkt van invloed te zijn op de kans op een goed beantwoorde vraag. Vragen in de domeinen verhoudingen en meten en meetkunde worden gemiddeld genomen minder goed gemaakt dan vragen in het domein rekenen. Wel blijkt dat binnen het domein meten en meetkunde de kans groter is dat een beeldende vraag goed wordt beantwoord, dan een talige vraag.

Wat kunnen we hieruit concluderen voor het onderwijsbeleid? Op grond van onze bevindingen lijkt het verstandig om meer gebruik te maken van beeldende opgave in het rekenonderwijs. Dit is echter niet voor ieder type vraag verstandig. Beeldende vragen zijn vooral nuttig als het veel woorden vraagt om opgaven in verhalende vorm te presenteren. Die verhalende vorm is wel weer nuttig als de beeldende variant veel beeldelementen bevat en relatief weinig woorden hoeven te worden gebruikt voor de verhalende vorm. Ook lijkt het gebruik van beeldende vragen een grotere toegevoegde waarde te hebben in het domein meten en meetkunde. Waarschijnlijk is nog scherper te bepalen welke vorm voor een specifieke opgave optimaal is om tot een zo hoog mogelijk percentage goed opgemaakte vragen te komen. Let wel: uiteraard met handhaving van het niveau van de vraag. Daarvoor zou aanvullend onderzoek nodig zijn. Los hiervan blijft het nuttig om leerlingen met beeldende opgaven te confronteren, omdat dit de vorm is waarmee zij vaak ook in de praktijk te maken krijgen.

Al met al lijkt het verstandig om een mix van beeldende en verhalende opgaven te gebruiken. Wat het accent krijgt, hangt dan af van de aard van de opgaven en het doel van de opgaven.

LITERATUURVERWIJZINGEN

Bonotto, C. (2007). How to replace the word problems with activities of realistic mathematical modeling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 297-314). New York: Springer Science & Business Media B.V.

Bonotto, C. (2009). Working towards teaching realistic mathematical modelling and problem posing in Italian classrooms. In L. Verschaffel, B. Greer, W. V. Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations (pp. 297-314). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.

Coben, D. (2003). Adult numeracy: review of research and related literature (pp. 170). London, England: NRDC.

Cooper, B., & Harries, T. (2002). Children's responses to contrasting “realistic” mathematics problems: Just how realistic are children ready to be? Educational Studies in Mathematics, 49, 1-23.

Cooper, B., & Harries, T. (2003). Children’s use of realistic considerations in problem solving: Some English evidence. The Journal of Mathematical Behavior, 22(4), 449-463.

DeFranco, T.C., & Curcio, F.R. (1997). A division problem with remainder embedded across two contexts: Children's solutions in restrictive versus real world settings. Focus on Learning Problems in Mathematics, 19, 58-72.

Frankenstein, M. (2009). Developing a critical mathematical numeracy through real real-life word problems. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations (pp. 111-130). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education : China lectures. Dordrecht ; Boston: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. (1994). Developing Realistic Mathematics Education. Utrecht: CD-ß Press / Freudenthal Institute.

Gravemeijer, K. (1997). Solving word problems: A case of modelling? Learning and Instruction, 7, 389-397.

Hoogland, K., & Jablonka, E. (2003). Wiskundige geletterdheid en gecijferdheid. Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 23(1), 31-37.

Hoogland, K., & Meeder, M. (2007). Gecijferdheid in beeld. Utrecht: APS.

Jablonka, E.. (2003). Mathematical literacy. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), Second International Handbook of Mathematics Education (pp. 75-102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. In P. Light & G. Butterworth (Eds.), Context and cognition: Ways of learning and knowing (pp. 74-92). New York: Harvester Wheatsheaf.

Ministerie van OCW. (2009). Referentiekader taal en rekenen [Framework literacy and numeracy]. Enschede: SLO.

OECD. (2012). Literacy, numeracy and problem solving in technology-rich environments. Paris: OECD Publishing.

PIAAC Numeracy Expert Group. (2009). PIAAC Numeracy: A conceptual framework. OECD Education Working Papers, No.35. Paris: OECD Publishing.

Treffers, A. (1986). Analyseren en ontwikkelen van reken/wiskundeonderwijs vanuit twee verschillende basisconcepten. Pedagogische StudiÎn, 63, pp. 14-26.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (Eds.). (2000). Making sense of word problems. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.

Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (Eds.). (2009). Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.

BIJLAGE: DE OPGAVEN

Hierachter treft u de 21 opgaven aan die in het onderzoek centraal stonden.
Steeds in een A-variant (talige context) en een B-variant (beeldende context).

leren
inspireren

A

Appels van het ras Elstar worden verkocht in tassen van 2,5 kg.
Je weegt één appel en je vindt als gewicht 157 gram.

Hoeveel appels zitten er ongeveer in een tas?

[ ] appels

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel appels zitten er ongeveer in een tas?

[ ] appels

BEWAAR | OVERSLAAN

Meneer Kremers woont in Groningen. Hij gaat met de auto naar Maastricht.
De afstand van Groningen naar Maastricht is 350 km.
De auto verbruikt 1 liter benzine per 16 km.

Hoeveel liter benzine gebruikt de auto voor de heen- en terugreis samen?

[ ] liter

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel liter benzine gebruikt de auto voor de heen- en terugreis samen?

[ ] liter

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Op de snelweg kom je een verkeersbord tegen waarop staat dat het nog 39 kilometer is naar Amsterdam.
Op deze snelweg mag je maximaal 100 kilometer per uur rijden.

Hoeveel minuten duurt de autorit naar Amsterdam met deze snelheid?
[   ] minuten

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

Hoeveel minuten duurt de autorit naar Amsterdam met deze snelheid?

[ ] minuten

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Een kleurentelevisie met gratis dvd-speler is afgeprijsd naar € 719,-
Je kunt de TV ook op afbetaling kopen. Dan kost het 39 keer € 20,- per maand.

Hoeveel duurder is het als je per maand betaalt?
€

BEWAAR OVERSLAAN

aps leren inspireren

B

Hoeveel duurder is het als je per maand betaalt?

€

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Je koopt boodschappen voor € 21,30.
Je betaalt met een biljet van 50 euro en twee munten van een euro.

Hoeveel krijg je terug?
€

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Je moet betalen	Je betaalt met

SUPERMARKT

Daliastraat 4
5707 SJ Helmond
0492-527384

15	blik cola 330ml	0.90	13.50
13	chips flav. pnt. light	0.60	7.80
aantal art. 28		subtotaal	21,30
TOTAAL			**21.30**

Hoeveel krijg je terug?

€ [ ]

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Voor een picknick heb je een recept voor wraps gevonden.
In het recept staat dat je het volgende nodig hebt voor 5 personen:
2 pakken Honig wraps, 250 g verse roomkaas
1 zakje tuinkruiden, 300 gram fricandeau
groene krulsla, peper en zout naar smaak.

Hoeveel gram verse roomkaas heb je nodig voor 12 personen?

[ ] gram

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

HONIG

Picknick Wraps

5 personen

Ingrediënten

2 pakken Honig wraps
250 g verse roomkaas
1 zakje tuinkruiden
300 gram fricandeau
groene kruisla
peper zout naar smaak

Hoeveel gram verse roomkaas heb je nodig voor 12 personen?

[ ] gram

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Harry ging in het voorjaar 2008 op vakantie naar IJsland. In IJsland gebruikt men de IJslandse Kroon (ISK). Tijdens de vakantie gold ongeveer: € 100 = ISK 13 400 en ISK 100 = € 0,74627. Een IJslands tijdschrift kostte ISK 670.

Hoeveel euro kost dit tijdschrift uit IJsland?

€ ______

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

In IJsland gebruikt men de IJslandse Kroon (ISK).

€ 100 = ISK 13 400
100 ISK = € 0,74627

Hoeveel euro kost dit tijdschrift uit IJsland?
€

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Een herenpak kost normaal € 399,-
Er is een speciale aanbieding waarbij geldt dat de AEX-index van vandaag de prijs is die je betaalt.
De AEX-index is vandaag 342,40.

Hoeveel procent korting krijg je als je vandaag dit pak koopt?

[   ] %

BEWAAR OVERSLAAN


leren
inspireren
B
De AEX-index
is je
PRIJS
De AEX-index is
vandaag 342,40.
€ 399,
Hoeveel procent korting krijg je als je vandaag dit pak koopt?
%
BEWAAR
OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Het kabinet wil 18 miljard bezuinigen.
Dat zijn 360.000.000 biljetten van 50 euro.
Die biljetten kun je opstapelen tot een hele hoge stapel.
Een stapel van 1000 biljetten van 50 euro is ongeveer 11 cm dik.

Hoe hoog wordt de stapel?
[ ] km

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

Het kabinet wil 18 miljard bezuinigen.
Dat zijn 360.000.000 biljetten van 50 euro.
Die biljetten kun je opstapelen tot een hele hoge stapel.

Hoe hoog wordt de stapel?

[ ] km

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Van een sportauto wordt een schaalmodel gemaakt.
De echte lengte van de auto is 3,60 meter.
De schaal die gebruikt wordt is 1:30.

Wat is de lengte van het schaalmodel?
[ ] cm

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Lengte echte auto = 3,60 meter.
Schaal 1:30

Wat is de lengte van het schaalmodel?

[ ] cm

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

In de badkamer zitten twee ramen. Ze zijn 0,90 m breed en 1,35 m hoog.
Je wilt hier dubbelglas in laten zetten.
Dubbelglas kost € 148,- per m².

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?
€ [ ]

BEWAAR OVERSLAAN

B

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

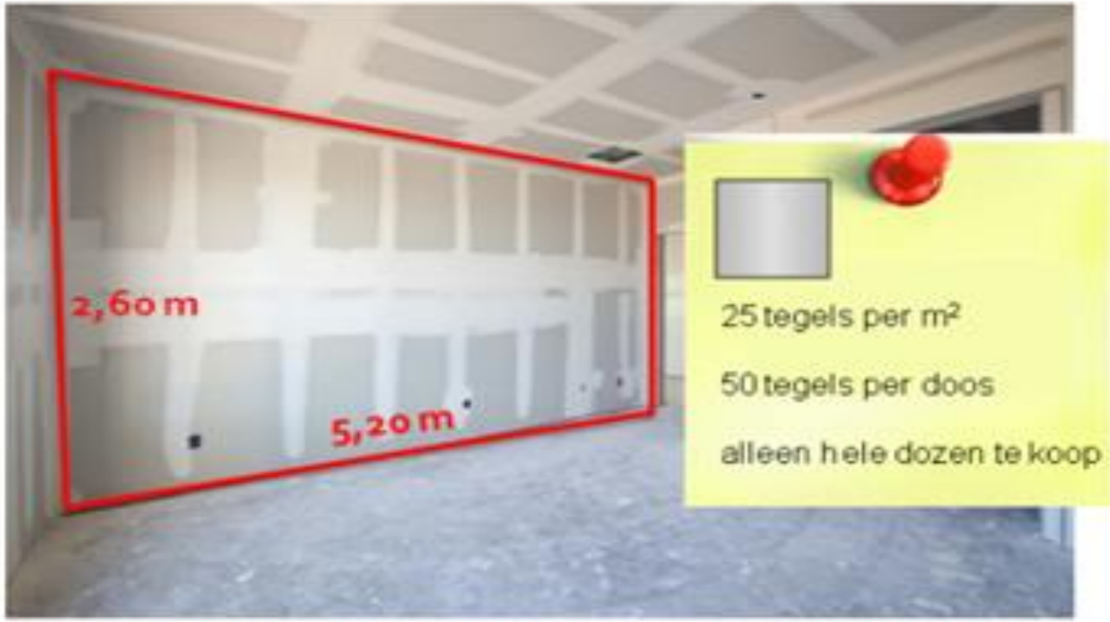
Je gaat de wand van een keuken betegelen.
De afmetingen van de wand zijn 2,60 m bij 5,20 m.
Per vierkante meter gebruik je 25 tegels.
Je kunt alleen hele dozen van 50 tegels kopen.

Hoeveel dozen moet je kopen voor deze wand?
[ ] dozen

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B



Hoeveel dozen moet je kopen voor deze wand?

[ ] dozen

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Een volle watertank op een waterkoeler heeft een inhoud van 20 liter.
Leerlingen vullen hieruit flesjes van 25 cl.

Hoeveel flesjes water kun je uit een volle watertank halen?

[ ] flesjes

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel flesjes water kun je uit een volle watertank halen?

[ ] flesjes

BEWAAR | OVERSLAAN

A

In de plattegrond van je nieuwe huis staan bij de slaapkamer
de volgende afmetingen: 485 cm bij 250 cm.
Je gaat de slaapkamer betegelen met tapijttegels van het merk Tosca.
Dat zijn tegels van 50 bij 50 cm.

Hoeveel hele vloertegels heb je nodig voor de slaapkamer?

[ ] vloertegels

BEWAAR OVERSLAAN

B

Tegel Tosca

100% polyamide
blauw
50x50 cm
Art. nr: 20200111

Hoeveel hele vloertegels heb je nodig voor de slaapkamer?

[ ] vloertegels

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Op de markt kost de andijvie €1,25 per kilo.

Hoeveel betaal je voor 1650 gram andijvie?

€

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel betaal je voor 1650 gram andijvie?

€ [ ]

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Je koopt een pak rundergehakt van 498 gram.
Daarvoor betaal je € 3,23.
Voor 1 hamburger heb je 80 gram gehakt nodig.

Hoeveel hamburgers kun je maken?

[ ] hamburgers

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel hamburgers kun je maken?

[ ] hamburgers

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Je gebruikt een middel tegen hoestklachten. De hoestdrank zit in flacons van 100 ml.
Volwassenen en kinderen vanaf 12 jaar mogen 5 ml per keer, maximaal 5 keer per dag gebruiken. Je gebruikt de maximale dosering.

Hoeveel dagen doe je met een flesje?
[ ] dagen

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Hoeveel dagen doe je met een flesje?

[ ] dagen

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

In de kop van een krantenartikel staat dat de staatsschuld in Nederland stijgt met 1.105 euro per seconde.

Hoeveel miljard euro stijgt de staatsschuld in een jaar?

[ ] miljard euro

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

ELSEVIER

Abonneren Nieuwsbrief

NIEUWS | OPINIE | DOSSIERS | STIJL | WEEKBLAD | SERVICE | BIO'S

▸ Rubrieken ▸ Laatste 24 uur ▸ Partners ▸ Vergelijk rente ▸ 288,32

Home > Nieuws > Economie > Staatsschuld Nederland stijgt 1.105 euro per seconde

ECONOMIE

Staatsschuld Nederland stijgt 1.105 euro per seconde

Waardeer artikel

vrijdag 24 september 2010 10:50

De staatsschuld in Nederland blijft maar stijgen en bedraagt eind 2010 ruim 382 miljard euro. Om dat in perspectief te plaatsen: iedere seconde loopt de schuld op met 1.105 euro.

Hoeveel miljard euro stijgt de staatsschuld in een jaar?

[ ] miljard euro

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Een bakblik heeft als afmetingen 25 centimeter lang en 25 centimeter breed.
De hoogte is 8 centimeter.

Hoeveel liter beslag heb je nodig om dit blik voor de helft te vullen?

[ ] liter

BEWAAR | OVERSLAAN

Hoeveel liter beslag heb je nodig om dit blik voor de helft te vullen?

[ ] liter

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

A

De remweg van een auto met winterbanden bij remmen
in de sneeuw met een snelheid van 50 km/uur is 35 meter.
Terwijl een auto met zomerbanden in die situatie maar
liefst 43 meter nodig heeft om tot stilstand te komen.

Hoeveel procent korter is de remweg met winterbanden?

%

BEWAAR OVERSLAAN

leren
inspireren

B

Remweg bij 50 km/u

Met winterbanden

35 meter

Met zomerbanden

43 meter

Hoeveel procent korter is de remweg met winterbanden?

[ ] %

BEWAAR | OVERSLAAN

leren
inspireren

A

Afra ontwerpt verpakkingsmateriaal. Ze heeft een doos voor luxe chocolaatjes gemaakt.
De bodem is een vierkant met zijden van 10 cm. De hoogte is 4 cm.

De fabrikant vraagt haar net zo'n doos te maken, maar nu worden de zijden van het vierkant 20 cm en de hoogte is 8 cm.

De inhoud van de tweede chooladedoos is, in vergelijking met de eerste, ______ zo groot.

BEWAAR OVERSLAAN


leren
inspireren
B
10 bij 10 bij 4
20 bij 20 bij 8
De inhoud van de tweede chooladedoos is, in vergelijking met de eerste,
zo groot.
BEWAAR
OVERSLAAN