

Gecijferdheid en wiskundeangst in Eindverslag Werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde

© Kees Hoogland, APS, 7 oktober 2007

De werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde van de vernieuwingscommissies CTWO en NiNa doen in hun eindverslag (paragraaf 3.1.1.) uitspraken over gecijferdheid en wiskundeangst die niet gebaseerd zijn op uitkomsten van internationaal wetenschappelijk onderzoek op dit terrein. Integendeel ze zijn daar strijdig mee. Daardoor wordt de discussie over welke rekenvaardigheden nuttig zijn voor leerlingen in het primair onderwijs, over welke algebraïsche vaardigheden nodig en nuttig zijn voor leerlingen in de exacte vakken én over wat nodige en nuttige gecijferdheid voor burgers in deze maatschappij is, op een onbegrijpelijke manier door elkaar gehusseld. Daarbij worden aanbevelingen gedaan die de opdracht van de werkgroep ver te buiten gaan en nauwelijks aannemelijk worden gemaakt. De paragraaf is ook qua taal en redeneerniveau van een veel lager niveau dan het overigens uitstekende rapport. Ik zou CTWO dringend willen adviseren deze paragraaf van de werkgroep opnieuw te overdenken en te voorzien van relevante onderzoeksgegevens.

In het eindverslag worden een aantal algemene uitspraken gedaan over gecijferdheid:

- De maatschappij is tot in de kleinste hoekjes afhankelijk van getallen en verbanden.
- Voorbeelden waarmee gecijferde mensen uit de voeten kunnen en ongecijferde mensen zich ongemakkelijk voelen.
- De ontwikkeling van gecijferdheid begint al op heel jonge leeftijd

Al deze uitspraken zullen worden ondersteund door iedereen die zich professioneel bezig houdt met gecijferdheid. Er is ook internationaal consensus over. Om vervolgens te komen tot praktische en enigszins valide aanbevelingen moet vervolgens geconcretiseerd worden wat gecijferdheid is.

Gecijferdheid (en wiskundige geletterdheid) mag zich de laatste jaren in toenemende belangstelling verheugen, zowel in Nederland als in het buitenland (Numeracy, Mathematical Literacy). Het wordt genoemd in de *Kerndoelen van de nieuwe onderbouw* (2005), het rapport *Versteviging van kennis in het onderwijs* van de Onderwijsraad (september 2007) als in het *eindrapport van de profielcommissies* (26 september 2007).

Omdat gecijferdheid een relatief jong concept is worden er talloze verschillende definities van en invullingen aan gegeven. In Engeland en Amerika is een framework (Maquire & O'Donoghue, 2002) ontwikkeld om grip te krijgen op die verschillende beelden van en opvattingen over numeracy/gecijferdheid. Dit framework is recent weer beschreven in "[A review of Literature in Adult Numeracy: Research and Conceptual Issues \(AIR, 2006\)](#)".

Dat framework ziet er als volgt uit:

De ontwikkeling van het begrip gecijferdheid in toenemende verfijning/complexiteit/uitgewerktheid van boven naar beneden.

Formative phase	Startfase in denken De smalle benadering	Basisbewerkingen rekenen
Mathematical phase	De wiskundige fase in denken De wiskundige benadering	Wiskunde in contexten uit het dagelijks leven
Integrative phase	De geïntegreerde fase De brede benadering	Wiskunde en rekenen, geïntegreerd met het culturele, maatschappelijke, persoonlijke en emotionele.

(Maquire & O'Donoghue, 2002)

Globaal kun je zeggen dat de eerste, smalle, benadering in de jaren 60 en 70 dominant was in wetenschappelijke kringen, de wiskundige benadering in de jaren 80 en 90 en de brede benadering de laatste 10 jaar. De definities in eerdergenoemde rapporten zijn bij nadere bestudering grotendeels te typeren als een brede benadering (integrative phase). Dat neemt niet weg dat *opvattingen* over wat gecijferdheid is of zou moeten inhouden in willekeurig welk tijdperk het hele scala van benaderingen kan beslaan.

De brede benadering kan, vertaald naar de Nederlandse situatie, als volgt getypeerd worden:

Voor alle mensen (alle leerlingen) is een behoorlijk niveau van gecijferdheid bereikbaar als in het reken- en wiskundeonderwijs naast oefening in vaardigheden ook voortdurend de verbinding wordt gelegd enerzijds met onderliggende modellen en patronen en anderzijds met de wereld om ons heen, concreet of gemodelleerd. Daarbij moet rekening gehouden worden met de diversiteit van mensen op

het cognitieve, affectieve en emotionele gebied. Dit laatste veronachtzamen kan leiden tot ernstige blokkades op het verder ontwikkelen van gecijferdheid.

De verbinding tussen getallen en meetkundige begrippen en de wereld om ons heen kan al vanaf zeer jonge leeftijd gelegd worden door tel-, bouw-, en redeneeractiviteiten en daar met kinderen op te reflecteren. In het primair onderwijs zou bij de rekenkundige activiteiten veel aandacht besteed moeten worden aan de verbinding van de rekenoperaties met de wereld waarop zij betrekking hebben. Dat gaat veel verder dan contexten in leerteksten, De wereld om de leerlingen heen (internet, winkels, thuis, TV, reizen) is een veel rijkere bron daarvoor. Op lerarenopleidingen voor primair onderwijs moet voor de studenten gestreefd worden naar een hoog niveau van professionele gecijferdheid, waarin vertrouwdheid met "de wereld van getallen", rekenen, handig rekenen en maatschappelijke gecijferdheid vanzelfsprekend en in samenhang aan bod komen.

Wat zegt de werkgroep over (on)gecijferdheid.

"Veel mensen tonen zich ongecijferd. Dat betekent dan bijvoorbeeld dat ze de basisbegrippen van het rekenen niet beheersen en geen vaardigheid tonen in elementaire rekenoperaties."

Dat is de meest smalle en gedateerde visie die je wereldwijd kan tegenkomen. Er wordt verwezen naar de wereldwijde bestseller van John Allen Paulos, maar daarin zal de lezer tevergeefs zoeken naar deze definitie. Paulos blijft daar verre van. In het hoofdstuk "Whence Innumeracy?" pleit hij al in 1988 voor een inrichting van het onderwijs die een bredere benadering voorstaat.

Verderop is de werkgroep van mening dat gecijferdheid slechts voorbehouden is aan een kleine groep mensen: zij die de stap naar abstracte en formele wiskunde kunnen maken. Dat staat haaks op elke definitie van gecijferdheid en past ook niet meer in bovenstaand schema. Gecijferdheid is in de gehele ontwikkeling van het denken synoniem voor het vermogen *van iedere burger* om adequaat en autonoom om te gaan met de kwantitatieve wereld om ons heen. Dat opgaven zonder context in wiskunde B eindexamens van de bovenbouw van het vwo een positieve bijdrage kunnen leveren aan de gecijferdheid van alle Nederlandse jongeren/burgers is een voor mij onbegrijpelijke uitspraak.

In het vervolgstukje van het rapport wordt de stellingname helderder: gecijferdheid voor leerlingen in primair onderwijs zijn de basisbewerkingen van rekenen, gecijferdheid in het voortgezet onderwijs is het beschikken over algebraïsche vaardigheden. De eerste opvatting komt nog wel eens voor (zie framework) de tweede opvatting is een ernstige vervorming van het begrip gecijferdheid. Algebraïsche vaardigheden zijn het gereedschap van beta-wetenschappers en ingenieurs. Dat veralgemeniseren tot gecijferdheid voor alle Nederlandse burgers is conceptueel zeer oppervlakkig en ook contra-productief.

Een ander zeer verrassende interpretatie is de verklaring voor veelvoorkomende angst voor rekenen en wiskunde. Die angst komt inderdaad heel veel voor. De internationale literatuur over "**Math Anxiety**" is zeer omvangrijk. De meest gevonden verklaringsgronden zijn: geïntimideerd voelen door algoritmes die opgedrongen worden zonder begripsbasis, oefenen onder tijdsdruk, publiekelijk fouten bespreken, vervreemding door te snelle abstractie zonder onderliggende begrippen of realiteit. Dat is te vinden in de vele onderzoeken naar **Math Anxiety**. De werkgroep is juist van mening dat angst voor rekenen ontstaat doordat er te weinig geoefend wordt. Ook deze opvatting is geheel nieuw.

Aanbeveling 5 veronderstelt een causaliteit tussen gecijferdheid in vroeg- en voorschoolse educatie en het aanleren van algebraïsche vaardigheden in de onderbouw van havo en vwo. Die causaliteit is vergezocht en wordt niet aannemelijk gemaakt.

Deze aanbeveling kan beter weggelaten worden.

Aanbeveling 6 gaat de opdracht van de werkgroep te buiten. De causaliteit tussen de moeilijkheidsgraad van de Pabo-toets en het kunnen beheersen van algebraïsche vaardigheden door leerlingen in de onderbouw is vergezocht en wordt niet aannemelijk gemaakt.

Deze aanbeveling kan beter weggelaten worden.

Aanbeveling 7 gaat de opdracht van de werkgroep heel ver te buiten. De werkgroep houdt zich bezig met de aansluiting tussen natuurkunde en wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo. Zij is van mening dat gecijferdheid hetzelfde is als algebraïsche vaardigheden. Vervolgens doet zij aanbevelingen ten aanzien van ongecijferde medeburgers die op het niveau functioneren van analfabete medeburgers. Dat gaat, denk ik, het expertisegebied van de werkgroep ver

te buiten en doet ook volstrekt geen recht aan al die docenten die zich bezighouden met het onderwijs in taal en rekenen aan deze doelgroep.
Deze aanbeveling kan beter weggelaten worden.

Mijn eindconclusie is dat de paragraaf waarschijnlijk het best in zijn geheel weggelaten kan worden. Of opnieuw doordacht waarbij gebruik gemaakt wordt van relevante onderzoeksgegevens. Een goed startpunt daarbij is de *Second International Handbook of Mathematics Education*(2003).
Ik zou dat CTWO dringend willen adviseren.

Enige literatuur

American Institutes for Research (2006). *A Review of the Literature in Adult Numeracy: Research and Conceptual Issues*. USA, Washington DC: IAR

Cooney, T. & Wiegel H. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. In: A.J. Bishop, M.A.Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, F.K.S. Leung (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 795 - 822). The Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gates, P. & Vistro-Yu, C.(2003). Is mathematics for all? In: A.J. Bishop, M.A.Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, F.K.S. Leung (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 9-30). The Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Paulos, J.A. (1988). *Innumeracy: Mathematical illiteracy and its consequences*. USA, New York: Hill and Wang

Tobias, S. (1994). *Overcoming Math Anxiety*. USA, New York: Norton, W. W. & Company, Inc

3.1.1 Gecijferdheid

Een van de problemen waarmee leerlingen worstelen die in de exacte vakken verder willen, is de noodzaak van "gecijferdheid". Ze worden daarbij beïnvloed door de maatschappij die tot in de kleinste hoekjes afhankelijk is van getallen en verbanden, maar waarin inzicht in getallen en rekenvaardigheid een lage status heeft. In onze maatschappij hebben veel mensen een afkeer van of zelfs angst voor rekenen en wiskunde.

In aansluiting op de profielcommissies hanteert de werkgroep de volgende omschrijving van gecijferdheid: het kunnen uitvoeren van rekenkundige bewerkingen op basis van kennis en inzicht in hoe rekenen met getallen en eenheden werkt en hoe uitkomsten kunnen worden gepresenteerd in getalsvorm, grafieken, tabellen of andere statistieken.

Veel mensen tonen zich ongecijferd. Dat betekent dan bijvoorbeeld dat ze de basisbegrippen van het rekenen niet beheersen en geen vaardigheid tonen in elementaire rekenoperaties.

Zie bijvoorbeeld het boek van J.A. Paulos, *Ongecijferdheid*.

Voorbeelden in de persoonlijke sfeer die alleen door gecijferde mensen kunnen worden begrepen zijn en waarbij ongecijferde mensen zich ongemakkelijk voelen:

- Kassabonnen.
- De jaarlijkse nota voor de levering van energie.
- De renteberekeningen in een spaarregeling of bij het afsluiten van een hypotheek.
- Het loonstrookje en de belastingaangifte.
- Kredietregelingen.
- Kansen (bijvoorbeeld de kans op een verkeersongeluk of de kans van slagen bij een riskante operatie).

De werkgroep denkt dat het voor veel mensen net zo moeilijk is om gecijferd te worden als om een vreemde taal vloeiend te leren beheersen. En daarbovenop komt dan nog dat de taal van de wiskunde formeel en abstract is en daar hebben weinig mensen feeling voor. Om de overbrugging te maken tussen de abstracte wiskunde en de concrete voorbeelden (zoals boven genoemd) is contextrijke wiskunde uitgevonden. Dat is didactisch gezien zeker een uitstekende aanpak maar we moeten beseffen dat veel mensen de stap naar het puur abstracte van de wiskunde niet kunnen maken. Dat zie je in de huidige examencultuur: zelfs bij wiskunde B zijn de opgaven voorzien van contexten. Gelukkig komen er binnenkort weer (meer) opgaven waarin geen context aanwezig is en een groot (groter) beroep gedaan gaat worden op de gecijferdheid en de algebraïsche vaardigheid van de leerling.

De ontwikkeling van gecijferdheid en wiskundige vaardigheid begint al op heel jonge leeftijd. Omgaan met getallen en meetkunde moet al vanaf zeer jonge leeftijd worden geoefend. Logisch redeneren, getallen en verbanden daartussen, het begint allemaal "op moeders schoot" en in de kleuterklassen. Rekenvaardigheid, het oplossen van raadsels en puzzels, inzicht in het metrieke stelsel, het moet allemaal goed worden geoefend in de basisschool. Anders ontstaat er in het voortgezet onderwijs een tegenzin tegen de abstracte(re) wiskunde of zelfs hulpeloosheid bij of angst voor dit vak.

En dit alles moet goed onderhouden worden en regelmatig opgefrist in de onderbouw van het VO. Juist in de onderbouw zie je de prestaties van leerlingen bij de exacte vakken teruglopen omdat er steeds meer een beroep gedaan wordt op hun gecijferdheid.

Aanbevelingen

5. De visiedocumenten voor wiskunde en natuurkunde zoeken de start van lange leerlijnen voor algebraïsche en rekenkundige vaardigheden in de onderbouw van het VO. Gecijferdheid begint echter in de kleuterklassen van het PO (of liever: nog eerder). Kinderen moeten van het begin af aan in het onderwijs gevormd worden met een grotere mate van gecijferdheid.
6. Een cruciale rol spelen de PABO's en de nascholingen voor leraren in het PO (zoals verzorgd door het FI). Het is zeer gewenst om te streven naar een hoger niveau van gecijferdheid bij (aanstaande) leraren. Een van de middelen daarbij zijn de rekentoetsen op de PABO's. De lat zou daarbij hoger gelegd moeten worden.
7. Zoek mogelijkheden in de media (TELEAC,...), het volwassenenonderwijs, de volksuniversiteiten, enz. om de gecijferdheid in Nederland te vergroten. Alfabetisering wordt in Nederland sterk gestimuleerd en gesubsidieerd; dat zou ook moeten gebeuren met de bestrijding van ongecijferdheid.

