



Rekenen in Beeld

- Kritische analyse van rekenopgaven -
- Wetenschappelijk onderzoek naar contextgebruik -

>> effect van beeld in rekenopgaven <<



18 januari 2012
Panama 12, Noordwijkerhout

[Beelden van rekenen](#)



Meer informatie: Kees Hoogland



K.Hoogland@aps.nl

Hoofdrapport

januari 2008



Deelrapport Taal

januari 2008



Deelrapport Rekenen

november 2009



Een nadere beschouwing

juli 2009



Definitieve versie

november 2009

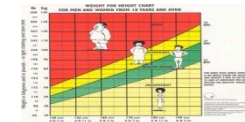


De structuur van de subdomeinen rekenen is het uitgangspunt en *het functioneel gebruiken* benadrukt dat de verworven kennis en vaardigheden in praktische situaties moet kunnen worden gebruikt.

De operationalisering vindt vervolgens plaats met behulp van pen-en-papier opgaven uit die bestaande programma's. Dat speelt zich allemaal af binnen de schoolwereld en het heeft natuurlijk niet zoveel te maken met de echte maatschappelijke werkelijkheid, waar niet de rekenvaardigheid *maar functionele situaties* in beroep en maatschappij het startpunt zijn.

In die situaties kan de burger al dan niet met vrucht de *eenmaal verworven kennis en vaardigheden mobiliseren en zinvol inzetten om een situatie te verhelderen, te structuren of in goede banen te leiden.*

Binnen het reguliere onderwijs doen we daar amper iets aan, terwijl termen als maatschappelijk niveau en burgerschap dat wel impliceren. *De stap van de schoolse formulering van de referentieniveaus 2F en 3F naar de echte situaties in het dagelijks leven en de beroepen moet nog worden gemaakt.* Zie bijvoorbeeld de publicatie 'Gecijferdheid'.



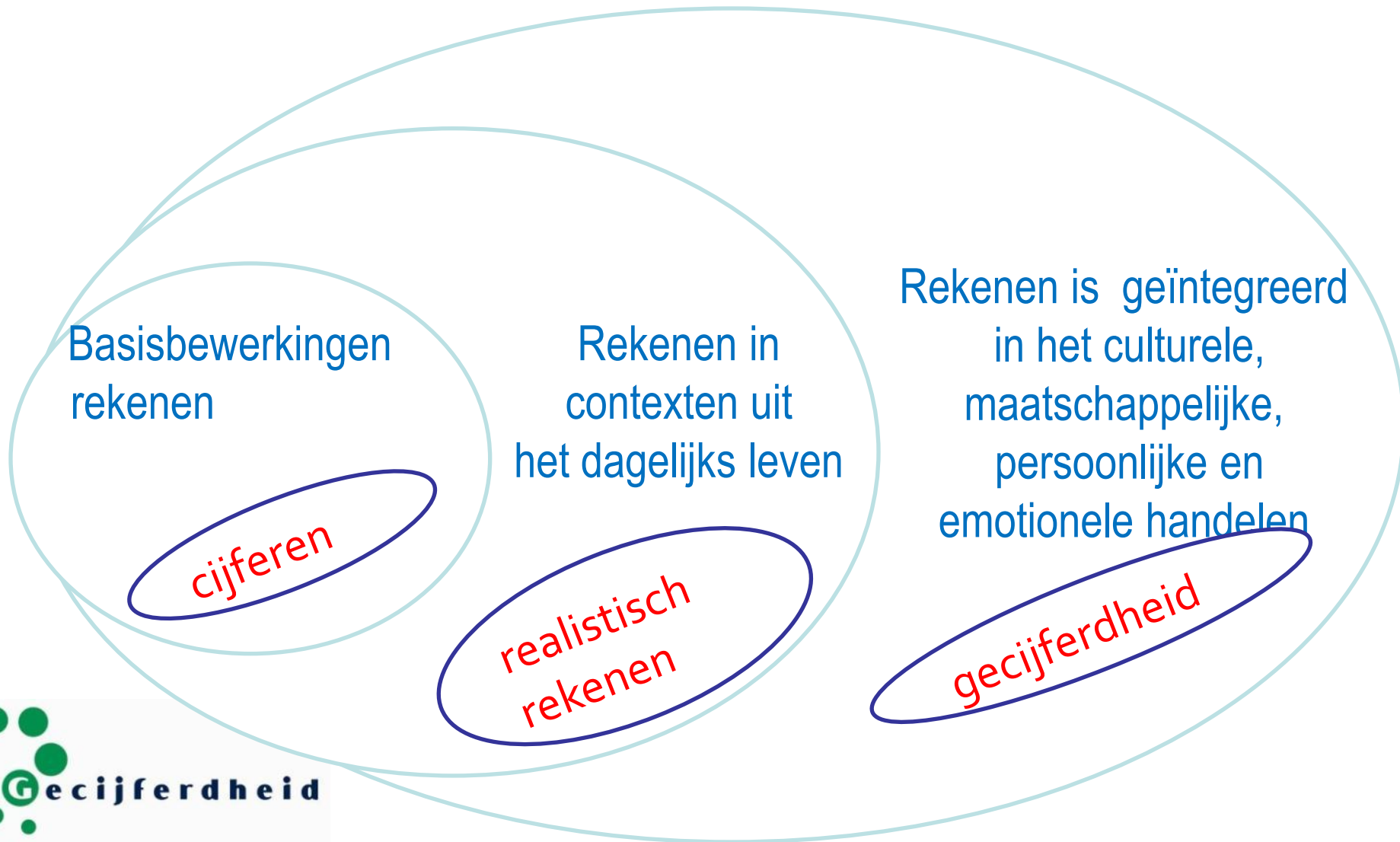
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)
Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)	Externe kosten (kosten voor de overheid)

Iedere portie van 250 g bevat				
kcal	Suikers	Vetten	Zout	Natrium
350	4,8g	11,5g	5,3g	1,3g
18%	5%	16%	26%	52%
van de dagelijkse voedingsrichtlijn				



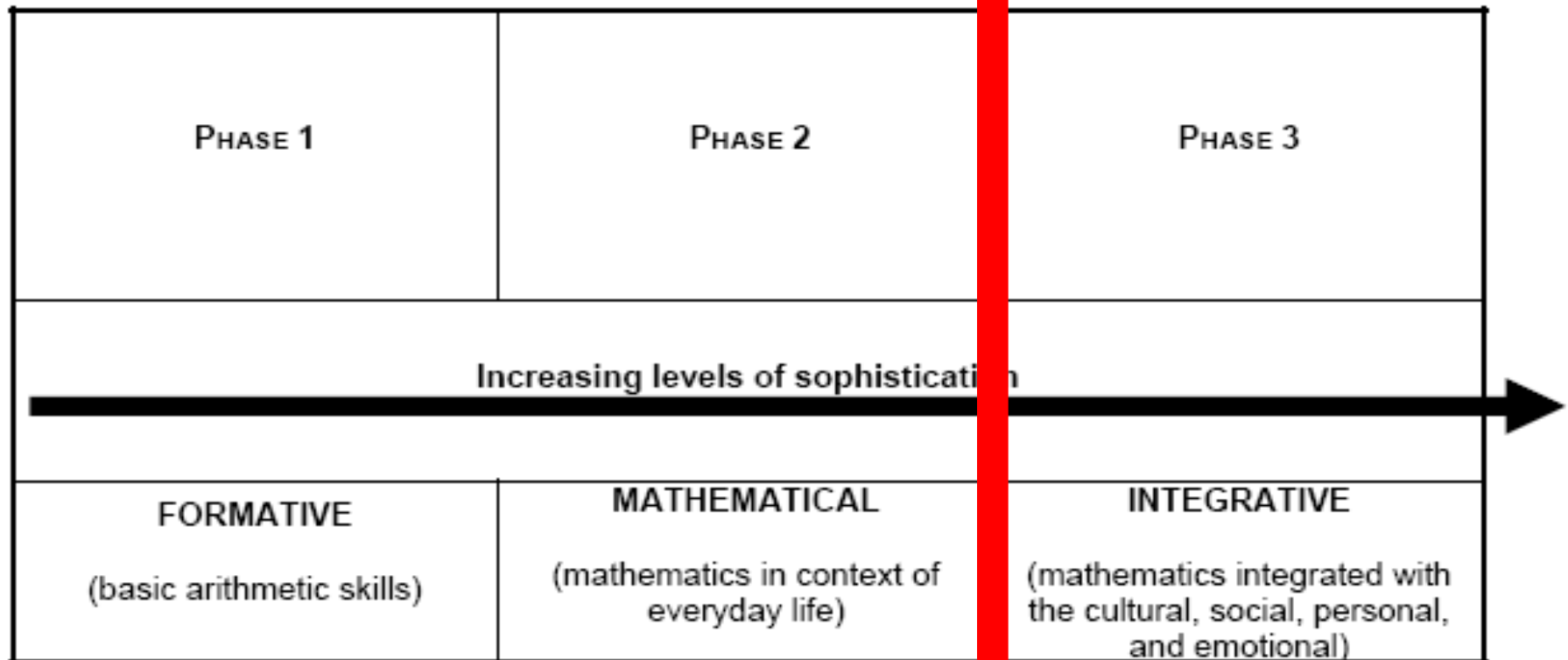
Gecijferdheid en Functioneel Rekenen

Opvattingen en invullingen



Paradigmatic barrier ???
Epistemological shift ??
Lack of imagination ??

Adult Numeracy Concept Continuum of Development



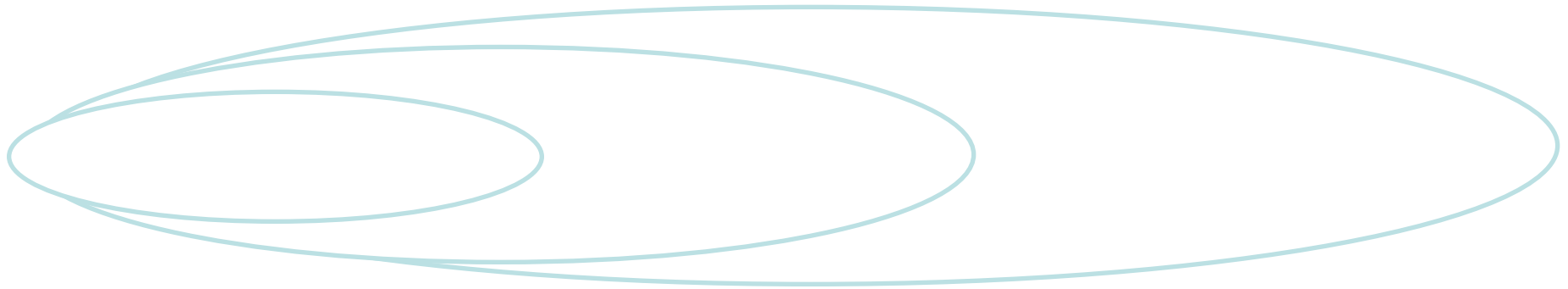
A continuum of development of the concept of numeracy showing increased level of sophistication from left to right (from Maguire & Donoghue, 2002)

Toets

1

2

3



Waar horen deze opgaven?
Waar zit uw methode?

2. Solve: $-3(x-2) \geq 3(x+3)$

The inequality is equal to

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a. $x \leq -2\frac{1}{2}$ | c. $x \leq -\frac{5}{6}$ | e. $x \geq -2$ |
| b. $x \leq -2$ | d. $x \leq -\frac{1}{2}$ | f. $x \geq -\frac{1}{2}$ |

3. Solve: $\frac{1}{2}x^2 - 5x - 3 < 0$.

The set of solutions is

- a. $(x | 5 - \sqrt{19} < x < 5 + \sqrt{19})$
- b. $(x | 5 - \sqrt{31} < x < 5 + \sqrt{31})$
- c. $(x | -5 - \sqrt{31} < x < -5 + \sqrt{31})$
- d. $(x | x < 5 - \sqrt{19} \vee x > 5 + \sqrt{19})$
- e. $(x | x < 5 - \sqrt{31} \vee x > 5 + \sqrt{31})$
- f. $(x | x < -5 - \sqrt{31} \vee x > -5 + \sqrt{31})$

Prototype MBO Rekenen 2F
 Test

Vraag 2 van 24



	C1000 kipkarbonades natuurel of gekruuid kilo 
	

Schat hoeveel deze boodschappen in totaal kosten.
 Geef het antwoord in hele euro's.

€ ,--

Estimate the total costs of these
 groceries.

- 31** Jan knapt zijn slaapkamer op. Hij gaat de drie wanden lichtblauw verven. Hij heeft 5 liter verf gekocht, genoeg voor 30 m^2 .
- a** De eerste muur heeft een oppervlakte van 4 m^2 . Hoeveel verf heeft Jan voor deze muur nodig? Gebruik een verhoudingstabel.
 - b** De volgende muur heeft een oppervlakte van 10 m^2 .
Heeft Jan dan genoeg aan 1 liter verf?
 - c** De grootste muur is 14 m^2 groot.
Bereken hoeveel verf hiervoor nodig is.
 - d** Hoeveel liter verf is nodig voor 50 m^2 ?

- b. In de 'miljoenennota' van de Tweede Kamer gaat het al lang niet meer over miljoenen, maar over miljarden euro's. Hoeveel miljoenen passen er in 1 miljard?

- c. In 2008 zijn 192 stuks van het grootste vliegtuig (de Airbus A-380) verkocht. Dit vliegtuig kost \$ 319.000.000 per stuk.
Hoeveel dollar heeft het bedrijf in 2008 ontvangen?

1. Geef het antwoord in cijfers:

2. Geef het antwoord in woorden:

$$100 : (25 - 20 : 4)$$

=

$$(10 - 26) + 8 \times (2 - \frac{1}{2})$$

=



Om 8:50 uur ben je bij de bushalte angekommen.
Hieronder zie je een deel van de tabel met vertrektijden van de bus.

UUR	minuut
7	03 13 23 43 53
8	03 17 33 48
9	03 23 43
10	03 23 43
11	03 23 43
12	03 33
13	03 33

Hoeveel minuten moet je wachten totdat de
eerstvolgende bus vertrekt?

minuten

You arrive at the bus stop at 8:50

How many minutes do you have
to wait for the next bus
departing?

Nationale rekentoets voor verpleegkundigen en verzorgenden

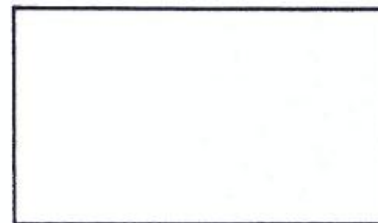
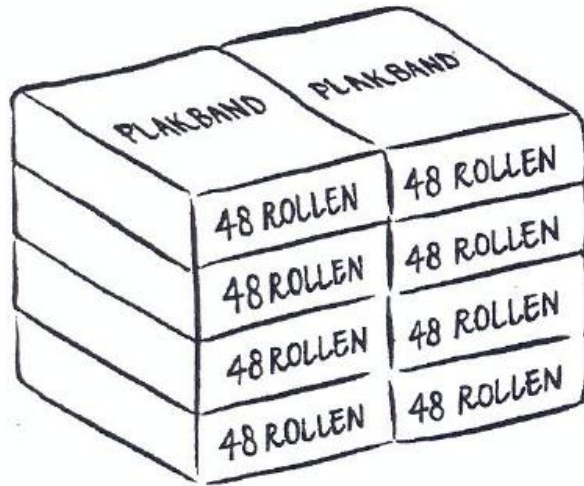
2. Een kind van 36 kg met een hartinsufficiëntie krijgt 50 μ g Acetyldigitoxine/kg lichaamsgewicht, verdeeld over 6 doses per 24 uur. In voorraad zijn deelbare tabletten van 0,2 mg Acetyldigitoxine.

Hoeveel tabletten krijgt het kind per keer?

Controleer



Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?



7. A bottle $\frac{3}{4}$ filled with liquid weighs 3 kg. The liquid alone weighs $\frac{3}{4}$ kg more than the empty bottle. If the bottle is completely filled, how much will the contents weigh?

Source: SingaporeMath (2007), placement test ,

Question 4. Traffic jam

Between Breukelen and Abcoude in the direction of Abcoude, there is a traffic jam of 5 km. The road has three lanes in each direction



19. Estimate the number of cars in the traffic jam.

Write down how you arrive at your answer.

Bron: CEVO (1997), VMBO examen

9.65

- a. $\frac{5}{33} + \frac{9}{22} =$
- b. $\frac{7}{24} - \frac{3}{16} =$
- c. $\frac{13}{12} + \frac{4}{15} =$
- d. $\frac{4}{9} \times \frac{4}{11} =$
- e. $\frac{7}{5} : \frac{5}{7} =$

9.66

- a. $\frac{27}{16} \times \frac{8}{15} =$
- b. $\frac{4}{25} + \frac{24}{35} =$
- c. $\frac{35}{48} \times \frac{40}{49} =$
- d. $\frac{4}{9} - \frac{4}{11} =$
- e. $\frac{21}{55} : \frac{7}{5} =$

9.67

- a. $\frac{27}{16} - \frac{8}{15} =$
- b. $\frac{4}{25} : \frac{24}{35} =$
- c. $\frac{35}{48} + \frac{7}{8} =$
- d. $\frac{44}{13} : \frac{121}{39} =$
- e. $\frac{21}{55} + \frac{7}{5} =$

9.68

- a. $\frac{\frac{5}{6} + \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} =$
- b. $\frac{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}} =$
- c. $\frac{\frac{7}{8} + \frac{1}{3}}{\frac{4}{5} + \frac{1}{4}} =$

3 1

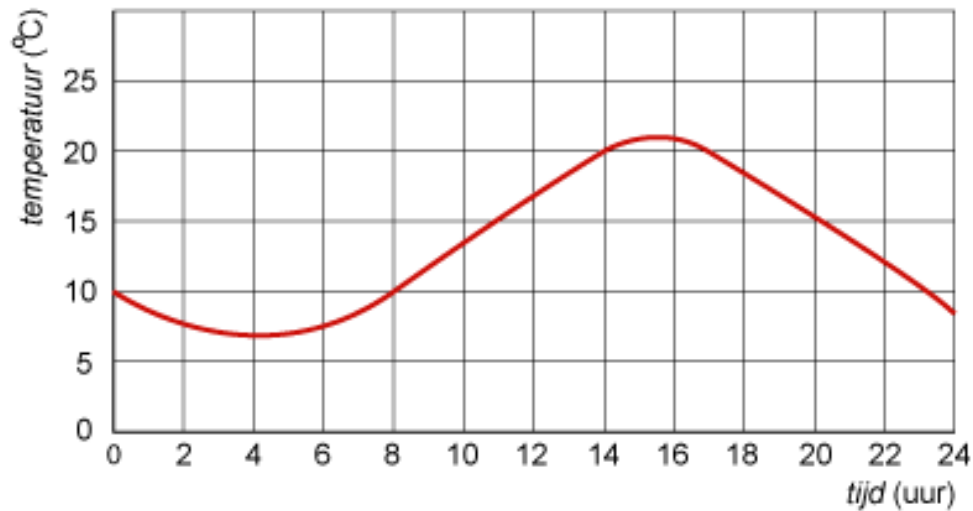
9.69

- a. $\frac{\frac{5}{6} \times \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} =$
- b. $\frac{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} : \frac{1}{3}} =$
- c. $\frac{\frac{7}{8} + \frac{1}{3}}{\frac{4}{5} \times \frac{1}{4}} =$

3 1

19. Hieronder zie je een grafiek die laat zien hoe de temperatuur in de loop van een dag verandert.

Hoeveel graden Celsius was de temperatuur om 5 uur 's middags?



graden Celsius

What is the temperature at 5 pm?



oren 1100 serie:

rukslang van 8 meter.
s, gebogen 840mm lang.
360° draaibaar.
stekker.

	1100W	1100
bar	140 - 10	160 - 10
ltr/h	600	780
EC	60	60
kW	3,6	4,9
V/Hz	230 / 50	400 / 50
nk ltr.	4	4
mm	390x290x860	390x290x860
kg	29	29
	30210195	30210196
	1295,00	1495,00

I HUIS BEL SNEL 0800-8188

DUTEC 75

7. A bottle $\frac{3}{4}$ filled with liquid weighs 3 kg. The liquid alone weighs $\frac{3}{4}$ kg more than the empty bottle. If the bottle is completely filled, how much will the contents weigh?

29.



Johan gaat de muren van zijn kamer schilderen.

- twee muren hebben een lengte van 8 meter
- twee muren hebben een lengte van 4 meter
- de hoogte van alle muren is 2,5 meter

In de slaapkamer zijn twee ramen en een deur die samen ongeveer 8 m^2 zijn.

Hoeveel blikken muurverf moet Johan minstens kopen?

blikken

Calculate the correct dose and choose the right syringe

The computer activity

sample item from Authentic World®

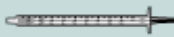
Question 22 of 30

Extract the relevant information from the prescription chart and the medication product label. Calculate the correct dose to administer and choose the appropriate syringe with which to administer it.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

REGULAR PRESCRIPTION MEDICINES			DATE
MEDICINE (Approved Name)		START DATE	ADMINISTRATION TIMES
Ampicillin		3/10/2007	06:00
DOSE	ROUTE	SPECIAL INSTRUCTIONS	14:00
500mg	I.M.	-	22:00
DOCTOR'S SIGNATURE		PHARMACY SUPPLY	
Dr. Jones		A. Mann	



1ml 

5ml 

20ml 

2ml 

10ml 

15.



Natascha verkoopt in haar winkel deze kaarsen.

Wat is de wiskundige naam voor de vorm die deze kaarsen hebben?

- A. cilinder
- B. kegel
- C. prisma
- D. piramide

On two towers, 30 and 40 feet high, birds are sitting.

On a certain time both fly with the same speed to a fountain that is on the straight line between the two towers (or outside the towers).

Find the position of the fountain if the distance between the towers is 50 feet.



Opgave 2



Hoeveel procent korting krijg je ongeveer op de kamerplant?

A 40%

B 10%

C 67%

D 60%

M047: Lichen

A result of global warming is that the ice of some glaciers is melting. Twelve years after the ice disappears, tiny plants, called lichen, start to grow on the rocks.

Each lichen grows approximately in the shape of a circle.

The relationship between the diameter of this circle and the age of the lichen can be approximated with the formula:

$$d = 7.0 \times \sqrt{(t - 12)} \quad \text{for } t \geq 12$$

where d represents the diameter of the lichen in millimetres, and t represents the number of years after the ice has disappeared.

Question 1: LICHEN

M047Q01- 0 1 8 9

Using the formula, calculate the diameter of the lichen, 16 years after the ice disappeared.

Show your calculation.

Pennen neer Toets klaar

1

2

3

Soorten vragen

- Wiskundevragen
 - Niet in 2F en 3F
- Verborgene wiskundevragen (hidden mathematics)
 - o.a. verkeerd-om vragen
 - o.a. banale en “leuke” contexten
 - o.a. onverwachte notaties
- Talige contextvragen (word problems)
 - o.a. “juridisering” van vragen
- Gecijferdheidsvragen (numeracy problems)
 - zie voorbeelden

Franse Wraps met brie en honing

Frans tussendoor/snack met Wraps/pizza's

Bereidingstijd 15 minuten
Aantal personen 10 personen

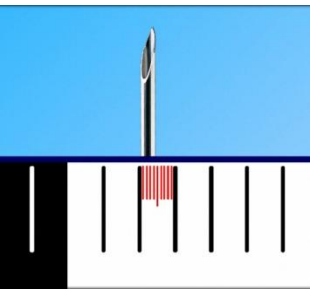


Voor 10 personen:
- 1 pak wraps
- 200 g brie
- 150 g notenmelange
- honing

Hoeveel gram notenmelange heb je nodig voor 20 personen?

 g


Kunnen we de “gebruikelijke” contexten verbeteren om zo een brug te slaan naar Gecijferdheid



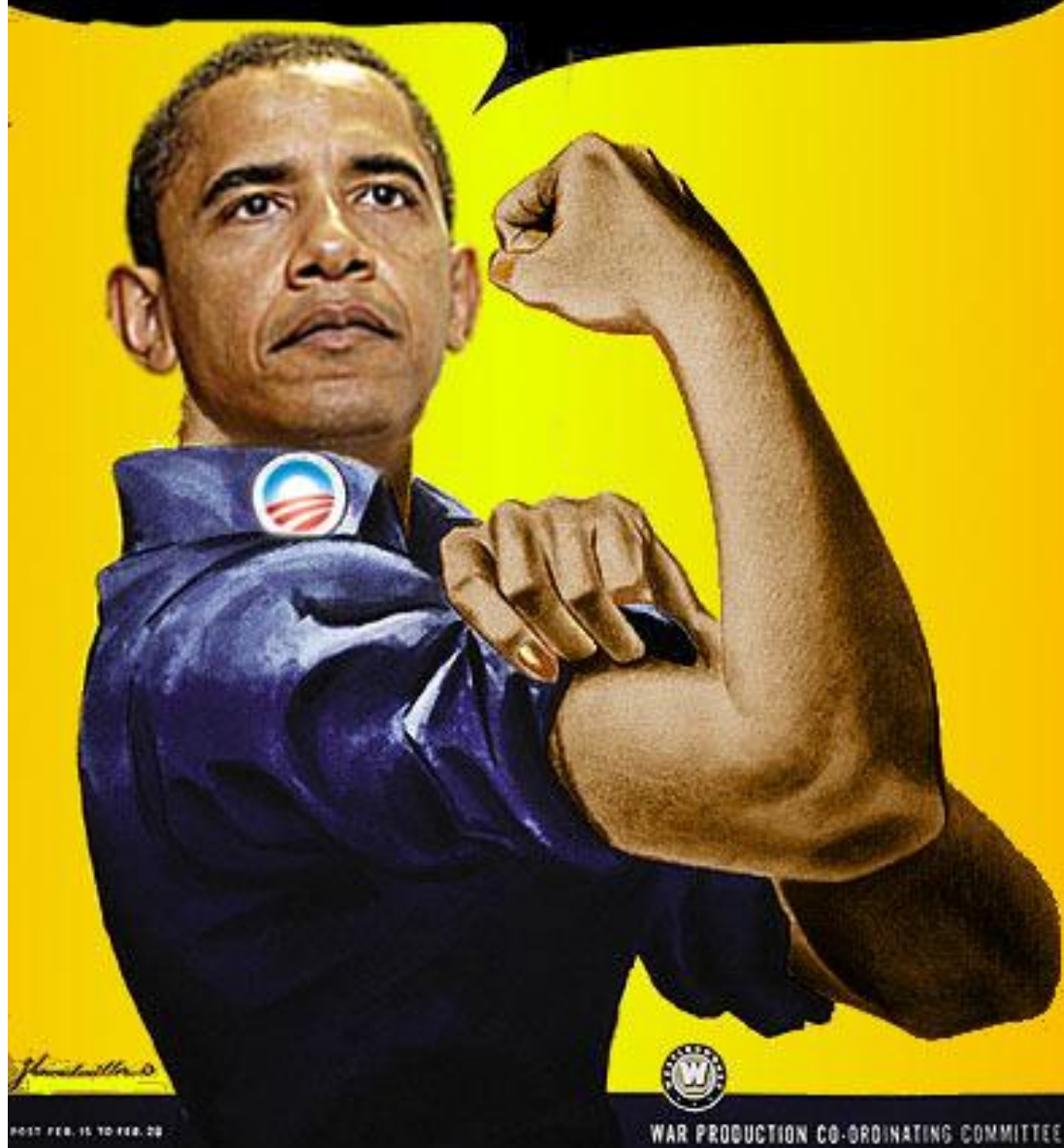
Deze scooter rijdt
30 kilometer per uur.



Hoeveel meter is dat in 10 minuten?

 m

Yes, We Can!



Criteria Gecijferdheidsvraag

- Het is **gecijferdheid** als het gaat om ...
- ... **voorstelbare vragen** ...
- ... **verbonden** met de werkelijkheid,
- ... met een **minimum aan taal** en ...
- ... een optimaal gebruik van **beelden**.

Rekenen in Beeld

- Onderzoeksopzet -

- Onderzoeksvraag: Wat is het effect van dit specifieke opgavenkenmerk op de score van de studenten?
- Hypothese: Leerlingen zijn beter in staat hun reken/wiskundige kennis en vaardigheden te tonen bij beeldende contexten.
- 24 items in 2 equivalente versies:
 - A en B
 - A = context is vooral taal
 - B = context is vooral beeld
- Grootschalig onderzoek met 24 opgaven:
 - 7.500 + 32.000 deelnemers
 - random 12 A + 12 B

Theoretical notions

- About the interaction
 - Visualisations and cognitive structures
 - Modality learning
 - Cognitive load theory
 - Semiotics
- About Learning
 - Activity theory
 - Inferentialism

Appels van het ras Elstar worden verkocht in tassen van 2,5 kg.
Je weegt één appel en je vindt als gewicht 157 gram.

Hoeveel appels zitten er ongeveer in een tas?

 appels[BEWAAR](#)[OVERSLAAN](#)



Hoeveel appels zitten er ongeveer in een tas?

appels

BEWAAR

OVERSLAAN

In de badkamer zitten twee ramen. Ze zijn 0,90 m breed en 1,35 m hoog.
Je wilt hier dubbelglas in laten zetten.
Dubbelglas kost € 148,- per m².

Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?
€



Hoeveel kost het om in deze ramen dubbelglas te laten zetten?

€

Je koopt boodschappen voor € 21,30.

Je betaalt met een biljet van 50 euro en twee munten van een euro.

Hoeveel krijg je terug?

€

Je moet betalen

Je betaalt met

SUPERMARKT

Daliastraat 4
5707 SJ Helmond
0492-527384

15	blik cola 330ml	0.90	13.50
13	chips flav. pnt. light	0.60	7.80

aantal art. 28	subtotaal	21,30
----------------	-----------	-------

TOTAAL	21.30
---------------	--------------



Hoeveel krijg je terug?

€

BEWAAR

OVERSLAAN

Meneer Kremers woont in Groningen. Hij gaat met de auto naar Maastricht.

De afstand van Groningen naar Maastricht is 350 km.

De auto verbruikt 1 liter benzine per 16 km.

Hoeveel liter benzine gebruikt de auto voor de heen- en terugreis samen?

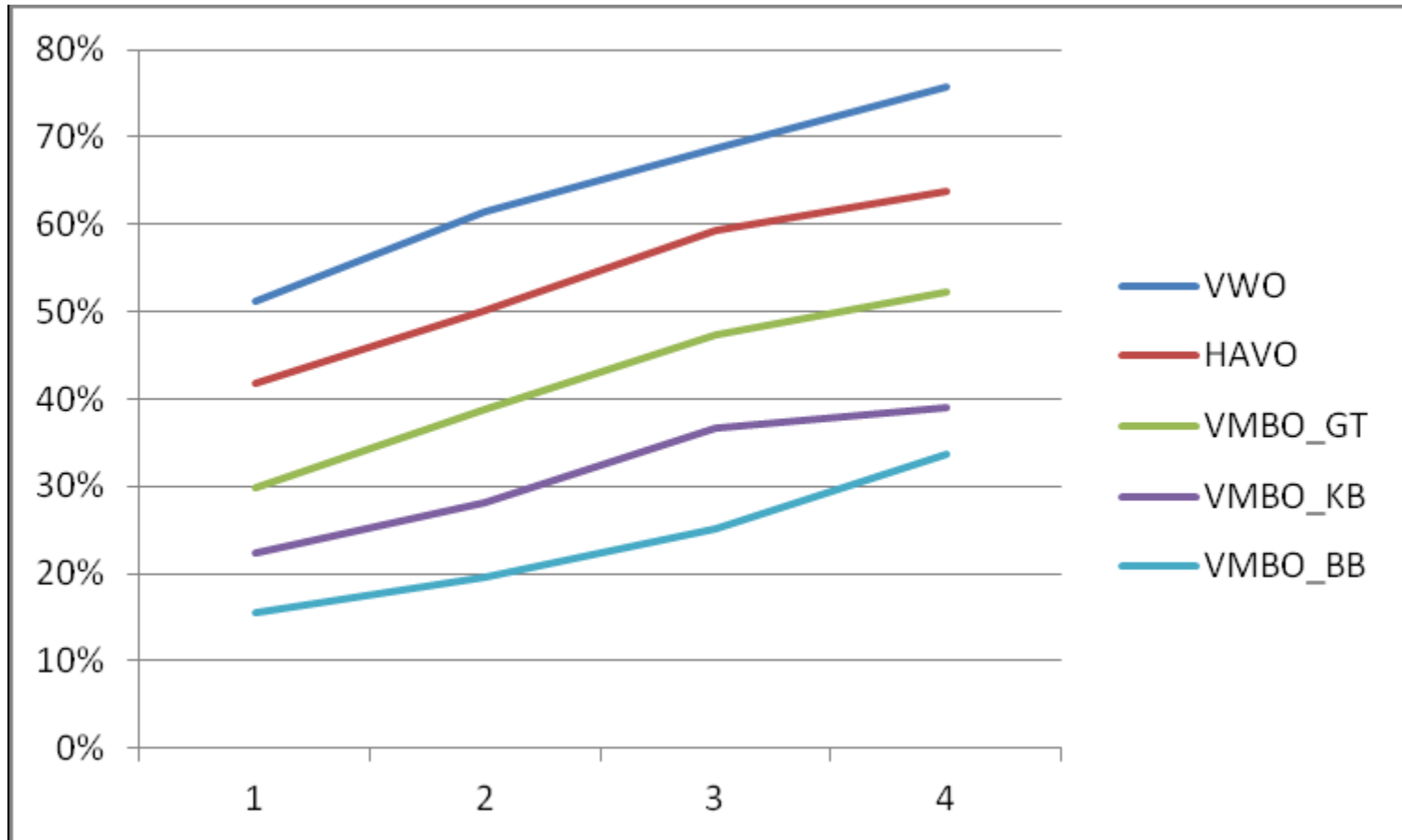
 liter



Hoeveel liter benzine gebruikt de auto voor de heen- en terugreis samen?

liter

Rekenen in Beeld Hoofdafname Toetsresultaten



Scores bij de hoofdafname per leerjaar

Resultaten A- en B- scores

- Leerlingen scoren gemiddeld beter op de B-variant van de opgaven dan op de A-variant van de opgaven.
- Bij $\frac{2}{3}$ deel van de opgaven (14 van de 21) scoren leerlingen hoger bij de B-variant dan bij de A-variant.
- De effecten verschillen per schoolsoort en per niveau. Dat wordt nog nader en preciezer geanalyseerd.

Van
“Word problems”
Naar
Gecijferdheidsvragen
in 4 of 5 stappen

I work in a butcher's shop from Monday to Thursday. One of my jobs is to check the temperature of the fridge twice a day. At the right hand side you see a thermometer.

What is the temperature?

- A $+15^{\circ}\text{ C}$
- B -15° C
- C $+ 15^{\circ}\text{ F}$
- D $- 15^{\circ}\text{ F}$



I work in a butcher's shop from Monday to Thursday. One of my jobs is to check the temperature of the fridge twice a day. At the right hand side you see a thermometer.

What is the temperature?

A

B

C

D



Lees de temperatuur af.

A

B

C

D



Koelkastthermometers

Lees de temperatuur af



.....



.....



.....

Opgave 2



Hoeveel procent korting krijg je ongeveer op de kamerplant?

A 40%

B 10%

C 67%

D 60%

Opgave 2



Hoeveel is de korting?

A 40%

B 10%

C 67%

D 60%

Opgave 2



Korting

..... %

A 40%

B 10%

C 67%

D 60%

Opgave 2



Korting
..... %

A 40%
B 10%

C 67%
D 60%

Opgave 2



A 40%

B 10%

C 67%

D 60%

Korting

..... %