

Gecijferdheid als inspiratiebron voor de rekenles

**Nationale Rekendagen
27-28 maart 2008**

Kees Hoogland (APS)

Voor vragen of commentaar, neem contact op met:

Kees Hoogland

k.hoogland@aps.nl

www.gecijferdheid.nl



Goedemorgen dames en heren,

Ik vind het een groot genoegen dat men mij gevraagd heeft mijn passie voor rekenen, wiskunde en vooral gecijferdheid met u te delen.

Ik hoop u in deze drie kwartier

- letterlijk beelden te geven van gecijferdheid,
- iets van achterliggende onderzoeken en theorieën en het internationale kader te laten zien
- u voorbeelden te geven van wat je daarmee zou kunnen doen in de klas, in de rekenles of daarbuiten

Vooraf met dat laatste hoop ik de titel van mijn lezing waar te kunnen maken:

Gecijferdheid als inspiratiebron voor de rekenles.

Ook voor een actieve verwerking is gezorgd. Men heeft mij gevraagd het practicum te verzorgen dat direct na de toespraak van de staatssecretaris, hartelijk welkom mevrouw Dijkma, gepland staat.

Ik hoop dat u net zoveel plezier zult beleven aan het doen van het practicum als ik heb gehad bij het ontwerpen, overigens met veel steun en suggesties van de hoofdorganisatoren van deze Nationale Rekendagen, Ronald Keijzer en Rob van Tricht.

Aan de slag.

Beelden

- Beelden van gecijferdheid



Eerst maar eens wat beelden.

Er komen zo in redelijk hoog tempo een aantal plaatjes voorbij.

Maak uw hoofd een beetje leeg. Concentreer u niet op details.

Laat ze gewoon binnenkomen en laat spontane gedachten opborrelen

Ja? Zit u relaxed?. Daar komen ze.

➔Hyperlink naar “Twee minuten gecijferdheidsbeelden”

Roep maar even wat eerste gedachten die bij u opkwamen:

De wereld is doordeesemd van getallen, patronen en structuren.

Het zit overal in.

Niet alle getallen zijn om mee te rekenen.

Etc. etc.

Dit is gecijferdheid.

Want bij gecijferdheid is het niet de vraag hoe leer je rekenen of hoe leer je bewerkingen doen. Maar hoe leer je kinderen om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om ons heen.

En dan in de breedste zin van het woord. Kwantitatief verwijst naar getallen, maar het gaat ook om patronen en structuren. Dat is niet uit elkaar te halen. Wist u bijvoorbeeld dat uitvoeren van bewerkingen in een geheel ander gebied van de hersenen gebeurt dan het schatten van een antwoord. Dat het schatten van een antwoord veel dichterbij zit bij de plek die gebruikt wordt bij ruimtelijke inzicht. Zulke uitstapjes zullen ook vaker voorkomen in dit verhaal. Daar is ook veel belangstelling voor de laatste tijd. Vooral Jelle Jolles is daar op een zeer doordachte, genuanceerde en integere wijze mee bezig.



Zo komen we tot een definitie. Lees zelf maar even.

Ik haal er een paar woorden uit: kennis, vaardigheden en persoonlijke kwaliteiten.

Het gaat bij gecijferdheid niet alleen om kennis, niet alleen om vaardigheden. Wij weten eigenlijk allemaal dat ook persoonlijke kwaliteiten als zelfvertrouwen, durven proberen, fouten durven maken, doorzettingsvermogen, willen uitzoeken, zeer belangrijke kwaliteiten zijn om goed te worden in reken, wiskunde of gecijferdheid.

Leren rekenen is natuurlijk een belangrijk doel van het basisonderwijs. Maar we gaan vanochtend even naar de onderliggende vraag: Hoe kun je kinderen gecijferd maken?

Hoe rust je kinderen tot om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om ons heen?

Rekenen maakt daar uiteraard een heel belangrijk onderdeel van uit, rekenen is daarbij een hulpmiddel.



Voordat ik naar voorbeelden ga eerst nog even wat (internationale) achtergrond:

In plaats van gecijferdheid kun je ook regelmatig ook het woord kwantitatieve gecijferdheid tegenkomen. Daar zit niet veel verschil tussen. Wat betreft begrippen heeft elk voordeel zijn nadeel.

Bij gecijferdheid denkt menigeen helaas automatisch aan leren cijferen, dus juist alleen maar bezig zijn met bewerkingen uitvoeren op kale getallen. Maar bij wiskundige geletterdheid denken sommigen weer sterk aan schoolwiskunde en bij geletterdheid, dat je de complete werken van Veldijk in de boekenkast moet hebben staan.

Ik kwam laatst nog een wiskundige tegen die dacht dat wiskundige geletterdheid ging om het leren rekenen met letters, merkwaardige producten enzo. (zie vervolg)



(vervolg) Juist rond PABO's en basisonderwijs kom je de term professionele gecijferdheid wel tegen. De gecijferdheid die nodig is bij docenten om goed naar kinderen te kunnen kijken en hoe zij van nature redeneren en rekenen. Om het maar even kort door de bocht samen te vatten.

Ik vind het een uitdaging voor de komende jaren om mijn denken over gecijferdheid, als brede algemeen vormende competentie, daarmee te verbinden.

Op 10 april a.s. heb ik een expertconferentie georganiseerd voor roc- en pabodocenten die bezig zijn met de aansluiting tussen die twee om dit denken verder te ontwikkelen. Het zou toch treurig zijn als de discussie over professionele gecijferdheid niet verder komt dan het al dan niet halen van een wiscat-toets, waarvan we met zijn allen eigenlijk geeneens weten wat die meet, alleen dat die lekker selecteert.

In de Angelsaksische landen wordt vooral gesproken over literacy, met de betekenis van basisfunctionaliteit.

In de andere Europese landen zie je toch vooral ook de landscultuur of de onderwijscultuur in de definities terug:

Spaans: vormende waarde, Duits: competent, Frans: cultuur, Indonesisch: basis

*De ontwikkeling van het begrip gecijferdheid
in toenemende verfijning/complexiteit/uitgewerktheid*

Formative phase	Recht toe - recht aan fase De smalle benadering	Basisbewerkingen rekenen
Mathematical phase	De wiskundige fase De wiskundige benadering	Wiskunde in contexten uit het dagelijks leven
Integrative phase	De geïntegreerde fase De brede benadering	Wiskunde en rekenen, geïntegreerd met het culturele, maatschappelijke, persoonlijke en emotionele.

Bron: American Institutes for Research (2006)



Voor dat ik nu hoognodig overga naar de voorbeelden nog even iets over internationale tendenzen.

Recent verschenen is A review of Literature in Adult Numeracy: Research and Conceptual Issues (AIR, 2006). Een overzicht, een soort meta-studie van alle wetenschappelijk onderzoek daarnaar, over hoe de internationale ontwikkeling is van het denken over numeracy en de praktijk daarbij.

Mensen die de smalle benadering zijn toegedaan vinden dat kinderen vooral de basisbewerkingen goed moeten leren en dat dat wel genoeg is om ze adequaat tot te rusten voor de kwantitatieve wereld om ons heen.

De wiskundige benadering kennen wij allemaal heel goed: veel opgaven worden contextopgaven. Positief effect is dat voor leerlingen de verbinding met de echte wereld wordt gelegd. Voor meer kinderen dan voorheen is zo de rekenles en wiskundeles betekenisvoller geworden. Omdat dit gemeengoed is in Nederland scoren wij internationaal zeer hoog op de internationale toetsen die op deze wijze (LET OP) mathematical literacy meten, zoals PISA en TIMSS.

Mensen die de brede benadering zijn toegedaan menen dat de wereld om ons heen doordeesemd is van getallen, patronen en structuren. Dat die direct te maken hebben met ons zelf

en met de manier waarop anderen met ons communiceren, in reclames, voorbeelden, contracten, ... Dat die kwantitatieve wereld veelvormig en complex is en dat kinderen een veelzijdig en zeer rijk repertoire aan kennis vaardigheden en persoonlijke kwaliteiten moeten bezitten om daarmee om te gaan. U kunt mij wel plaatsen nu, toch?

(zie volgende dia)

*De ontwikkeling van het begrip gecijferdheid
in toenemende verfijning/complexiteit/uitgewerktheid*

Formative phase	Recht toe - recht aan fase De smalle benadering	Basisbewerkingen rekenen
Mathematical phase	De wiskundige fase De wiskundige benadering	Wiskunde in contexten uit het dagelijks leven
Integrative phase	De geïntegreerde fase De brede benadering	Wiskunde en rekenen, geïntegreerd met het culturele, maatschappelijke, persoonlijke en emotionele.

Bron: American Institutes for Research (2006)



(vervolg) Globaal kun je zeggen dat de eerste smalle benadering in de jaren 60 en 70 dominant was, de wiskundige benadering in de jaren 80 en 90 en de brede benadering de laatste 10 jaar.

Er is een gestage internationale trend van boven naar beneden, overigens parallel aan een meer algemene trend in het gehele onderwijs.

Dat neemt niet weg dat opvattingen over wat gecijferdheid is of zou moeten inhouden in willekeurig welk tijdperk het hele scala van benaderingen kan beslaan.

In diverse landen (USA, Australië, en recent Nederland) ontstaat echter op gezette tijden ook weer een beweging die sterk aandringt op terugkeer naar de smalle benadering. Wat deze bewegingen gemeenschappelijk hebben is dat zij meestal voortkomen uit de academische (wiskunde) wereld en dat zij gepaard gaat met een mediaoffensief, waarin de huidige staat van het onderwijs sterk wordt bekritiseerd en als extreem slecht wordt beoordeeld of dat nu feitelijk gestaafd wordt of niet. Ook de geponeerde visie op wat leren is, beperkt zich daarbij vaak tot het versmallen van het onderwijs naar aanleren van technische of algoritmische handelingen. De bijbehorende discussie is vaak emotioneel, polariserend en wantrouwend. Er ontstaat een sterke toename van gestandaardiseerd toetsen en onderwijzen naar de toets. Gemiddeld na vijf jaar komt men tot de conclusie dat die benadering toch ook niet opleverde wat men hoopte en voegt men zich weer in de internationale tendens. Het onderwijsveld soms als wrakhout achterlatend.



Genoeg maar weer. U kunt het allemaal nalezen op de website
www.gecijferdheid.nl



Hoog tijd voor voorbeelden.

Het eerste voorbeeld heb ik schaamteloos gejat van mijn collega Frans Moerlands met wie ik al menig boompje heb opgezet over het nadenken over een

gecijferdheidsdididactiek. Het is een simpel, maar zeer kenmerkend voorbeeld van een gecijferdheidsbenadering.



Het gaat over getalbegrip. Wie kent dit niet?

Kinderen moeten leren een zeven te schrijven en dat doe je zo.

Maar wat gebeurt er nu als je nadenkt over het omgaan met het getal 7 in de praktijk?

Dus als je een gecijferdheidsbril opzet?



Dan zie je dit.

We noemen dat ook wel een wiskundige wereldverkenning: Waar en hoe kom je de getallen, figuren en patronen tegen in het dagelijks leven; Wat betekent het daar en hoe kun je daar beter greep op krijgen?

Onze leerlingen komen in hun omgeving op talloze manieren getallen tegen. In huis, op straat; op verpakkingen, in tijdschriften, op hun speelgoed.

Getallen die heel verschillend van grootte, kleur en vorm kunnen zijn. Verwarrend, maar de leerlingen zullen toch in staat moeten zijn om de overeenkomst in de basisvorm van de getallen te herkennen.



Haal deze getallen eens de klas in. Door ze uit te knippen uit folders et cetera.

Of iets meer gestructureerd door werkbladen als Perfo Cijfervormen.

Spelenderwijs ontdekken leerlingen de verschillen en overeenkomsten, en ontdekken zo de grondstructuur van de getalsymbolen.

Dit is typisch een gecijferdheidsmotto: mogelijke verwarring niet weg-organiseren,

maar juist centraal stellen. Leer kinderen daarmee te dealen. Leer ze zo naar de wereld om hen heen te kijken.



Een ander voorbeeld. De introductie van vermenigvuldigen.

Doe je dat als bewerking waarbij het gaat om de uitkomst?

Doe je dit met herhaald optellen? Of doe je dit op een gecijferdheidsmanier?

Met de gecijferdheidsbril op denk je eigenlijk direct: hoe ziet vermenigvuldigingen er nu eigenlijk uit in de wereld om ons heen.

Nou, gewoon zo: een kratje.

In grade 2 (groep 4) in Indopnesië vroegen we aan kinderen voordat ze ooit aan het werk waren geweest met vermenigvuldigen:

Kun je deze structuur beschrijven?

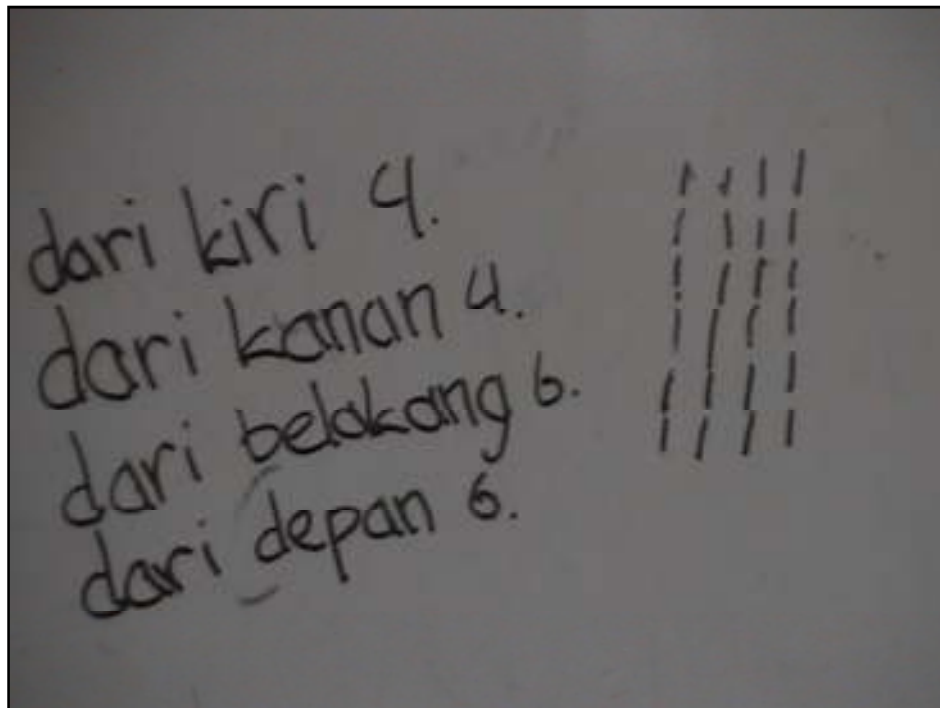
Dat leverde zeer verrassende uitkomsten op.

susunan piring kelompok

6
↑

Lurus

bobok → H

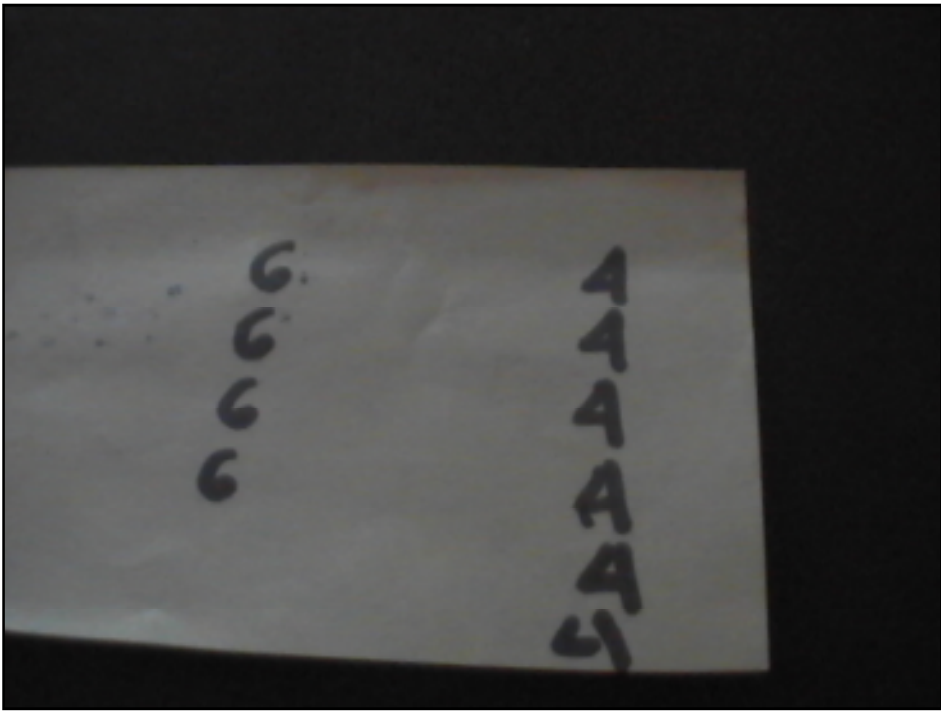


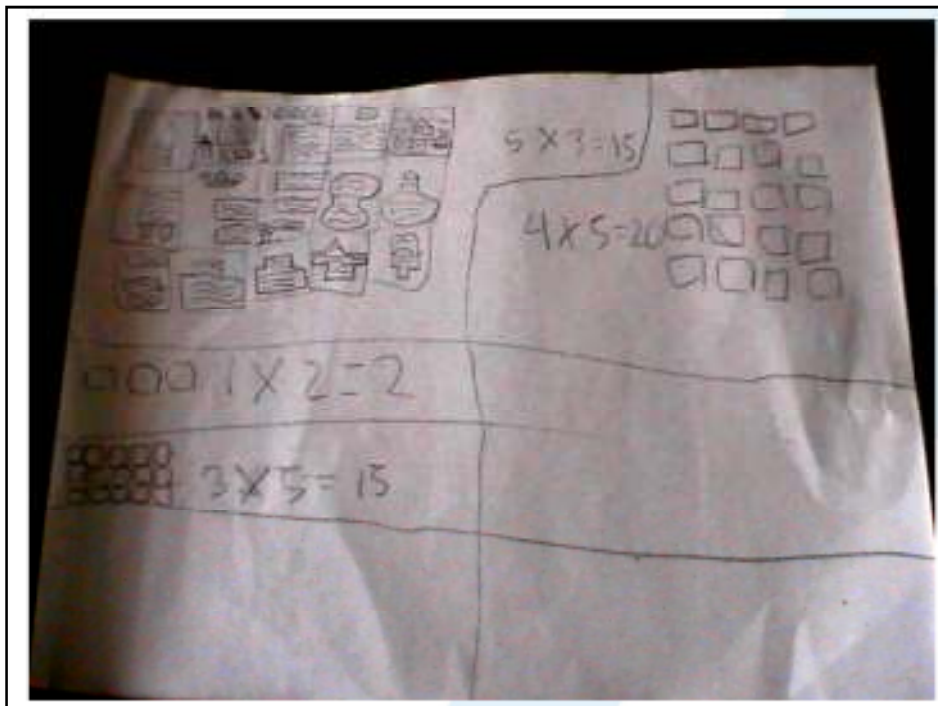
Kiri = links

Kanan = rechts

Belakang = achter

Depan = voor







En een docent die na twee lessen met de kinderen afsprekt dat heel veel van hun structuren prima zijn en dat we vanaf nu afspreken dat we zo'n structuur

opschrijven als 6×4 . Of natuurlijk als 4×6 . Dat is natuurlijk hetzelfde. En dat mensen in het buitenland dan ook allemaal direct begrijpen waar je het over hebt.

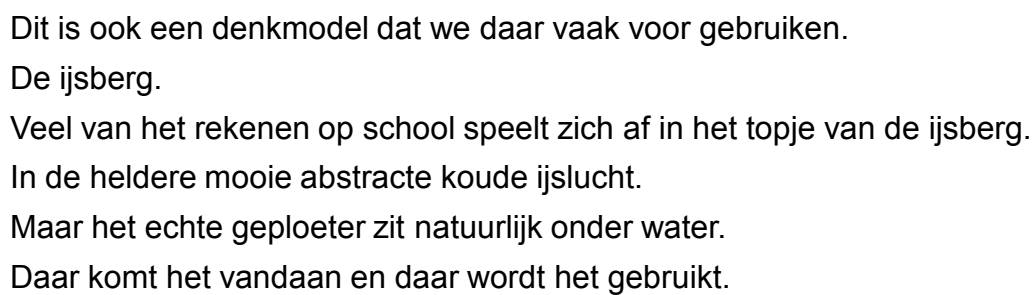
En dat als je nu wilt weten hoeveel flesjes het dan zijn, dat je het dan moet gaan uitrekenen. Dat gaan we eerst doen door slim te tellen en later gaan we dat

oefenen en onthouden.



Heel snel kom je erachter dat sommige leerlingen al heel snel zo'n gecijferdheidsbril opzetten.

Overall om je heen zie je dit soort structuren.



Hoog tijd voor testje tussendoor



Krijgt u al een beetje door hoe dat gaat met die gecijferdebril.

Hoog tijd voor een test.

U weet toch dat u geregeld moet toetsen. Anders wordt het niks met dat leren.

Wist u dat in het “International handbook on schooleffectiveness and improvement” wordt beschreven dat in menige meta-studies is aangetoond dat het invoeren van gestandaardiseerd testen als specifieke interventie nog nooit heeft geleid tot een verhoging van het onderwijspeil. Evidence based. Maar dit terzijde.

Ik ga u toch lekker even toetsen op gecijferdheid.

U heeft een antwoordbladje gekregen aan het begin van deze lezing. Met daarop een lijstje van 1 t/m 40

Het is een tempotoets.

=> Hyperlink naar vermenigvuldig-test 2 minuten

Waar het nu om ging natuurlijk is niet of u de antwoorden goed had.

Het gaat er om of u in staat was om snel en effectief tot het goed antwoord te komen en ook te ervaren wat daarbij komt kijken.

Soms zie je het direct: hoe komt dat nu? Welke cognitieve structuren en processen spelen daarbij een rol?

Hoe kun je verkorten en hoe kun je leerlingen helpen verkorten.

Ik zag overigens zo her en der ook flink wat Math-anxiety: reken- en wiskundestress zullen we maar zeggen.

Dat is wereldwijd in veel landen zichtbaar, vooral als ook de lessen zijn ingericht als ware het een voortdurende test-omgeving. Een omgeving waarbij het voortdurend gaat om goed of fout doen.

En de kwantitatieve wereld om ons heen is natuurlijk geen test. Het is de wereld waar we in leven en waar we mee moeten dealen.

Je eigen honderdveld

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Welke getallen
hebben
betekenis voor
jou?

Verzamel die
getallen

Berg ze op in het
goede vakje



Nog een voorbeeld.

Het honderdveld wordt heel veel gebruikt op scholen.

Als je hier met een gecijferdheidsbril naar kijkt is natuurlijk de vraag: welke van

deze getallen komen nu echt voor in jouw leven.

Welke getallen zijn betekenisvol voor jou.

Maak er een letterkast van of een opbergsysteempje of een website waar je op

getallen kunt doorklikken.



Wereldwijd blijkt het metriek stelsel maar niet te beklipen bij kinderen. Honderdduizenden leerkrachten hebben kinderen al geprobeerd aan te leren welke mooie wiskundige structuur daarachter zit. Met allerlei mooie trappetjes en de systematiek van de voorvoegsels. Het blijkt vooral een ijsberg zonder onder water. Wat doe je dan als je hier met een gecijferdebril naar kijkt? Juist ja, kijken hoe dat er in de echte wereld uit ziet. En nog belangrijker bij concepten als grootheden zaken die de werkelijkheid proberen vast te leggen in eenheden: die moet je voelen, proeven en aanraken, echt zelf ervaren. Hier ziet u de x kubieke meter ijs die in België met een klomp goud in het midden maandenlang heeft staan te smelten. Inmiddels ook al een keer uitgevoerd met een diamant en met de sleutels van een gloednieuwe Porsche. Op elk schoolplein in Nederland zou toch verplicht een kubieke meter moeten staan. Van draadstaal of van glas of desnoods van baksteen. Je moet zo iets toch fysiek kunnen vullen met water of met leerlingen. Ik daag elke school uit een echt fysieke trappetjes te maken in de school en daar echte zaken op neer te zetten die de eenheden verbeelden. En kinderen daar fysiek mee te laten omgaan. Een A4'tje weegt 5 gram, hoeveel is dan een milligram.



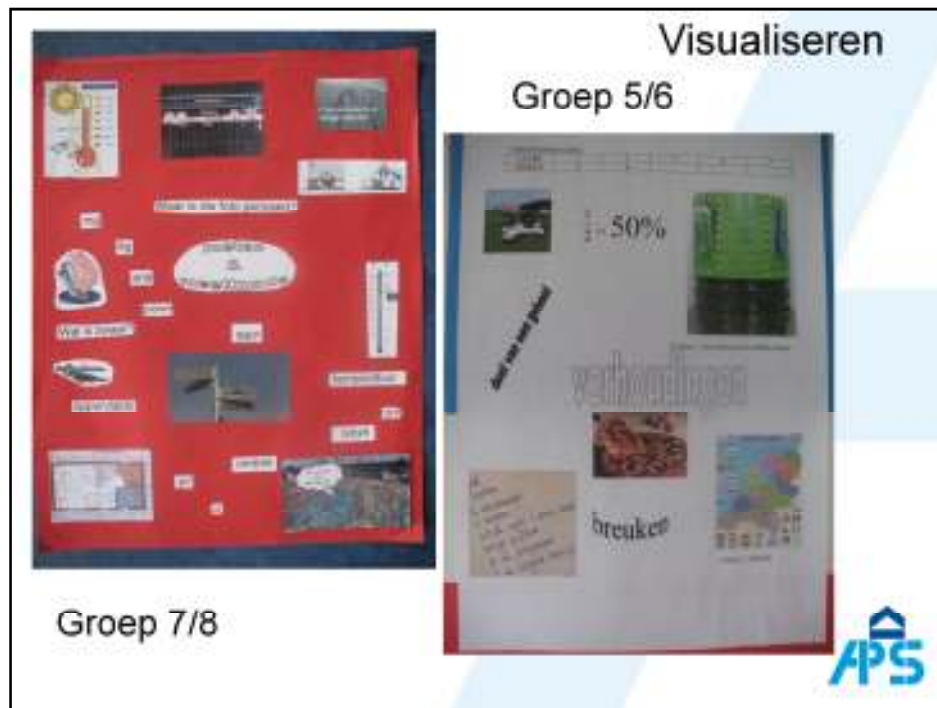
En ook het hele kleine moet echt eens ervaren worden.

Op de laatset PANAMA-conferentie had Jelle Jolles daar ook nog een geweldig voorbeeld van.

Welke soort activiteit lijkt uit neurologisch oogpunt nu het verstandigste te doen om alvast paden “klaar te leggen” waar later het rekenen baat bij heeft. In de voorschoolse tijd alvast sommetjes doen? Nee het blijkt dat vooral spelen en ruimtelijk oriënteren en gooien en vangen van ballen, misschien wel effectiever is.

Of maak gebruik van de prachtige onderzoeken van Elisabeth Spelke van de Harvard University in Cambridge

“Symbolic arithmetic knowledge without instruction” (mei 2007) over hoeveel kinderen al weten van rekenen zonder dat ze ooit iets geleerd is.



Nog een voorbeeldje.

Op de Schatkamer in Zwolle worden posters ontwikkeld om de belangrijkste kernconcepten uit het rekenprogramma samenhangend in de school zichtbaar te maken. En aan leerlingen te laten zien hoe die samenhangen. Maar ook hoe je hier elementen uit de werkelijkheid aan kunt hangen.

Waarom nu deze vorm?

- Niet lineair, maar denken in netwerken
- Zichtbaar in school (voor leerlingen en leraren)
- Verkleind als persoonlijk document
- Als ordenend principe voor portfolio
- Kapstok, ankers, samenhang,

Hoe verbind ik rekenen, wiskunde en gecijferdheid in de praktijk van het VO?



Rijk en verbindend kun je de reken- en wiskundelessen maken als je allerlei activiteiten van kinderen aan elkaar kunt verbinden. Het broodnodige oefenen, de rijke opdrachten, de gecijferde activiteiten die kinderen doen in school en buiten school.



Het laatste voorbeeld komt van het mbo.

Daar proberen we de benodigde rekencompetenties te verhogen met multimediale leereenheden.

Deze zijn gemaakt met een gecijferdheidsbril op en lijken goed aan te slaan door de volwassen benadering en het beeldend aspect.

Ook worden in zo'n leereenheid alle teksten die nodig zijn, ook uitgesproken en ook dat scheelt heel erg voor taalzwakkere leerlingen.

Ook daarover zou nog wel uitgebreider op in willen gaan, Maar de tijd begint te dringen.

Hoe ordenen mensen?



Ik had u nog iets beloofd over eierdozen in de aankondiging van deze lezing, niet waar?

Wat ik wereldwijd doe als ik op een markt kom, is foto's maken van hoe mensen op marktkramen of in winkels zaken eigenlijk ordenen.

Het blijkt dat er twee dominante richtingen zijn: de 2-3-4 structureerders en de 2-5 structureerders.

Kunt u zich daar iets bij voorstellen. Ik laat u dat even zien.

De ene is dominant in de Engels- en franstalige (latijnse) landen.

De andere vooral in Nederland, Duitsland, Rusland, Oosteuropa. En in Azië.

Vorig jaar was ik in Australië en ik was benieuwd hoe dat in zo'n mengcultuur zou gaan.

⇒Hyperlink naar "Display structures"

Ziet u de verschillen?

Zo had ik een theorie ontwikkeld dat dozen met 10 eieren typisch iets is voor de 2-5 structureerders.

En dat dat eigenlijk alleen voorkomt in NL, Duitsland en Oost-europa. En dat je hier nooit dozen met 12 eieren zou zien.

Ik vertelde dat ook een keer op het APS in een presentatie.

En wat trof ik binnen twee dagen in mijn postvak aan?

Jawel hoor deze doos met 12 eieren. Althans, leeg natuurlijk en anoniem.

Soms zijn onderwijstheorieën een kort leven beschoren.

Hartelijk dank voor uw aandacht.