

Realistisch rekenen

Ter discussie in Nederland, in opmars daarbuiten

INTERVIEW

TEKST: ERIC VAN DUSSELDORP

FOTOGRAFIE: U-SEE

“Onze generaties, en dan heb ik het over degenen die in de zestiger en zeventiger jaren op school zaten, hebben de staartdeling geleerd als een algoritme, een reeks instructies. Het was eigenlijk niet meer dan een trucje. Zolang je het altijd zó doet, en onderweg geen foutjes maakt, dan komt het uiteindelijk wel goed.”

Het rekenonderwijs staat ter discussie, niet in de laatste plaats dankzij ‘realistisch rekenen’, een vernieuwende reken-didactiek die dertig jaar geleden in Nederland werd ontwikkeld. Velen zetten vraagtekens bij de vernieuwing. Ze kijken bijvoorbeeld onwennig naar de staartdeling zoals die aan hun kinderen wordt geleerd. Toch wint realistisch rekenen ook buiten Nederland terrein.

Aan het woord is Kees Hoogland, wiskundige, onderwijsconsultant en oud-hoofdredacteur van *Euclides*, het tijdschrift voor wiskundeleraren. Hoogland weet van nabij waarom jaren geleden de ouderwetse staartdeling werd vernieuwd, en sindsdien in de maatschappelijke discussie uitgroeide tot een symbool voor

vernieuwingen in de richting van ‘realistisch rekenen’.

“Bij de betere leerlingen werkte de klassieke staartdeling prima”, zegt hij. “Het probleem zat hem bij grote groepen wat zwakkere leerlingen, voor wie het algoritme gewoon te abstract was. Ze voerden het trucje wel uit, maar ze begrepen het niet.



Ze konden zich niets voorstellen bij het achterliggende proces. Als er halverwege de deling een rekenfout werd gemaakt, kon er bij de leerling een lichte vorm van paniek uitbreken. Waar was die fout gemaakt? Het viel moeilijk na te gaan, dus zat er weinig anders op dan de hele som opnieuw te maken.” Veel kinderen raakten door de traditionele rekenmethoden hun motivatie kwijt, meent Hoogland. Sommigen belandden in de klas op de spreekwoordelijke achterste rij, een deel haakte uiteindelijk helemaal af. “Jammer, want meestal was dat helemaal niet nodig geweest.”

Onder vuur

Realistisch rekenen ontstond in de zeventiger jaren onder aanvoering van Hans Freudenthal, Nederlands wiskundige, schrijver en pedagoog en naamgever van het Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen in Utrecht. “De wens om op een andere, minder abstracte manier naar rekenen te kijken, was en is er vooral op gericht om zo veel mogelijk kinderen met het rekenonderwijs mee te krijgen”, vertelt Hoogland.

Het ‘traditionele rekenen’ werd gekenmerkt door ‘kale sommetjes’, eenduidige instructies om ze op te lossen en gestage oefening daarvan. Realistisch rekenen kiest een andere weg: leerlingen krijgen rekensommen aangeboden waardoor ze uitgedaagd worden het probleem in een realistische context te begrijpen en zelf te komen met oplossingsstrategieën. In Nederland heeft de overgang van de ene naar de andere didactiek al met al ongeveer dertig jaar geduurd. Na experimenten op een klein aantal

scholen bleven de traditionele methoden en de realistische methoden jarenlang naast elkaar bestaan. De laatste tien jaar is realistisch rekenen dominant – Nederlandse boeken-uitgevers publiceren geen volledig traditionele rekenmethoden meer.

Kritiek

Nadat het toetsinstituut Cito vorig jaar meldde dat kinderen minder goed zijn gaan cijferen, en ook de Inspectie van het Onderwijs bijna een kwart van de scholen ‘rekenzwak’ noemde, kwam realistisch rekenen in het publieke debat onder vuur. De Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen (de commissie-Dijsselbloem) sprak vorig jaar van ‘een zorgwekkend dalende trend’ bij vaardigheden in rekenen/wiskunde en stelde, mede op basis van onderzoek van de Nijmeegse pedagoog Rudolf Timmermans, dat rekenzwakke leerlingen juist meer baat hebben bij traditioneel rekenen. Timmermans had experimenten gedaan onder rekenzwakke leerlingen in het speciaal onderwijs. Hij stelde vast dat leerlingen die realistisch rekenonderwijs hadden gekregen, de door henzelf ontwikkelde oplossingsstrategieën later willekeurig toepasten, dus onafhankelijk van het type rekenprobleem. Leerlingen die in de traditionele aanpak strikte oplossingsstrategieën hadden geleerd, wisten die ook op moeilijker opgaven toe te passen. Hoogland is zich bewust van de kritiek, ook onder een deel van de leerkrachten. “Sommige docenten vinden inderdaad dat het rekenonderwijs vroeger beter was, zoals zo veel vroeger beter was bekeken door de ogen van vandaag”, zegt hij.

“Maar critici vergeten soms dat het rekenonderwijs altijd in beweging is geweest. Als je ze vraagt naar welke periode ze precies terug zouden willen, dan grijpen ze stevast terug naar de periode rond 1970. Mijn verklaring daarvoor is dat ze toen zelf op school zaten en leerden rekenen volgens de op dat moment in zwang zijnde methoden. Om de een of andere reden willen docenten nooit terug naar het rekenonderwijs van 1950, van 1920 of van 1870. Gek hè? Het feit dat ze niet verder terugwillen dan de tijd die ze kennen uit hun eigen referentiekader, impliceert mijns inziens dat ze accepteren dat het rekenonderwijs zich in de loop van de tijd heeft verbeterd. Het kan dus ook blijven verbeteren.”

Exportproduct

In de ogen van Hoogland is Nederland op het gebied van rekendidactiek een voorloper geweest. “Het is een exportproduct. In het buitenland kijkt men er erg van op en is men zeker geïnteresseerd. Overal zie je een trend naar toepassingsgericht onderwijs. Men probeert technologie in het onderwijs meer te benutten, en daar liep realistisch rekenen in feite op vooruit. In het ene land gaat het sneller dan in het andere, maar overal is er discussie en gaat het in de richting van realistisch rekenen.”

Volgens Hoogland geniet de nieuwe didactiek in Zuidoost-Azië bijvoorbeeld belangstelling. “In Indonesië is men een eigen variant van realistisch rekenen aan het ontwikkelen.” In sommige Amerikaanse staten ziet hij vergelijkbare ontwikkelingen, net als in een deel van Europa. “Sommige Europese landen, zoals Portugal, Turkije en Griekenland, blijven erg

Realistisch staartdelen: beter uit te leggen?

De nieuwe staartdeling staat bij veel mensen symbool voor de veranderingen in het rekenonderwijs. De traditionele methode reduceerde een complexe deelsom via een slimme truc tot een aantal eenvoudige delingen en aftreksommen. 'Denk er maar niet over na en geloof nu maar dat het antwoord klopt als je de cijfers op deze manier achter elkaar zet', zo vat Kees Hoogland de methode samen.

"Het probleem", zegt Hoogland, "was dat een zwakkere leerling die onderweg een cijfer vergat te noteren, toch een antwoord kreeg. Als in bijgaand voorbeeld de '4' werd vergeten, dan leek het antwoord '322' te zijn. Zwakke leerlingen zagen niet dat zo'n antwoord er faliekant naast zat, omdat ze zich onderweg niet hadden gerealiseerd dat de oplossing in de buurt van drieduizend moest liggen."

Volgens critici is de realistische staartdeling (zie voorbeeld) ingewikkelder dan de 'traditionele'. Leerlingen moeten nu grotere getallen delen, aftrekken én optellen.

Hoogland ontkent niet dat de realistische deling op het eerste gezicht inderdaad complexer oogt. "Staartdelen volgens de realistische methode is misschien niet eenvoudiger, maar je kunt je er wel gemakkelijker iets bij voorstellen. En dat maakt de methode geschikt voor een bredere groep." Anders dan de abstracte traditionele staartdeling kan de realistische deling tekstueel worden verklaard en uitgelegd. Hoe verdeel je 25.936 euro handig over acht mensen? Om te beginnen geef je ieder drieduizend euro; samen 24.000 euro. (Duidelijk is meteen dat het eindantwoord hier in de buurt moet liggen.) Er blijft 1.936 euro over. Als we elk dan nog 200 euro geven, samen 1.600 euro, is er nog 336 euro over. Als ieder dan nog 40 euro krijgt, zijn de laatste 16 gemakkelijk te verdelen. Maar een andere route kan ook.

De traditionele staartdeling

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 25936} \setminus 3242 \\ \underline{24} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 33 \\ \underline{32} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

De realistische staartdeling

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 25936} \setminus 3000 + 200 + 40 + 2 = 3242 \\ \underline{24000} \\ 1936 \\ \underline{1600} \\ 336 \\ \underline{320} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

achter. Daar rekt men nog heel traditioneel. Het opvallende is dat de score van deze landen op internationale ranglijsten, zoals die van de OESO, achterblijft.”

Op rekenprestaties voert Singapore de ranglijst van de Organisatie voor Economische Samenwerking en Ontwikkeling (OESO) aan, terwijl leerlingen daar traditioneel rekenen. “Singapore is een interessant verhaal. Nog niet zo lang geleden sprak ik met Lee Peng Yee, wiskundige aan het National Institute of Education, over het succes van het Singaporese onderwijs. Hij vertelde dat alle leerkrachten in Singapore, ook die in het basisonderwijs, universitair zijn geschoold. Na hun academische studie volgen ze een jaar didactische scholing aan het National Institute of Education, de enige lerarenopleiding in het land. Vergelijk dat met hoe leerkrachten in Nederland worden opgeleid.” Het succes van rekenonderwijs in Singapore heeft ook andere oorzaken, wil Hoogland maar zeggen.

Bovendien, stelt Hoogland, is het rekenonderwijs in het land minder traditioneel dan het lijkt. “Singapore heeft een zeer vooruitstrevend en progressief rekencurriculum dat elke tien jaar wordt aangepast aan de eisen van de tijd. Twintig jaar geleden stond het in het teken van *problem solving*, tien jaar later stonden *skills* centraal, nu kijken ze meer naar *activity-based learning*. En de basismanier van rekenen mag traditioneel ogen, als je goed kijkt, zie je dat men naast algoritmes ook visuele denkmodellen gebruikt. Leerlingen visualiseren rekensommetjes door middel van figuurtjes en schemaatjes, zodat ze snappen hoe algoritmes werken. Die elementen

zijn vergelijkbaar met ons moderne rekenonderwijs.”

Ijdele hoop

Hoewel Hoogland de verschuiving naar realistisch rekenen ten volle ondersteunt, wil hij niet ontkennen dat in de klas niet altijd alles geweldig verloopt. “Scholen lopen soms tegen lastige kwesties aan, ook rond het geven van rekenen volgens de moderne leermethoden. Het is voor leerkrachten in de praktijk echt niet altijd gemakkelijk om les te geven in realistisch rekenen.”

“Maar wat we nu níet moeten doen, is het curriculum weer helemaal omgooien om bijvoorbeeld terug te gaan naar traditionele methoden. Het zou een ijdele veronderstelling zijn om te denken dat het dan opeens helemaal goed zou komen met de rekenvaardigheid. Dat is nooit zo geweest en het zal ook nooit gebeuren. We zullen de problemen moeten analyseren en samen met de leerkrachten moeten kijken hoe we de praktijk van het lesgeven met de nieuwe rekenmethoden verder kunnen verbeteren.”

